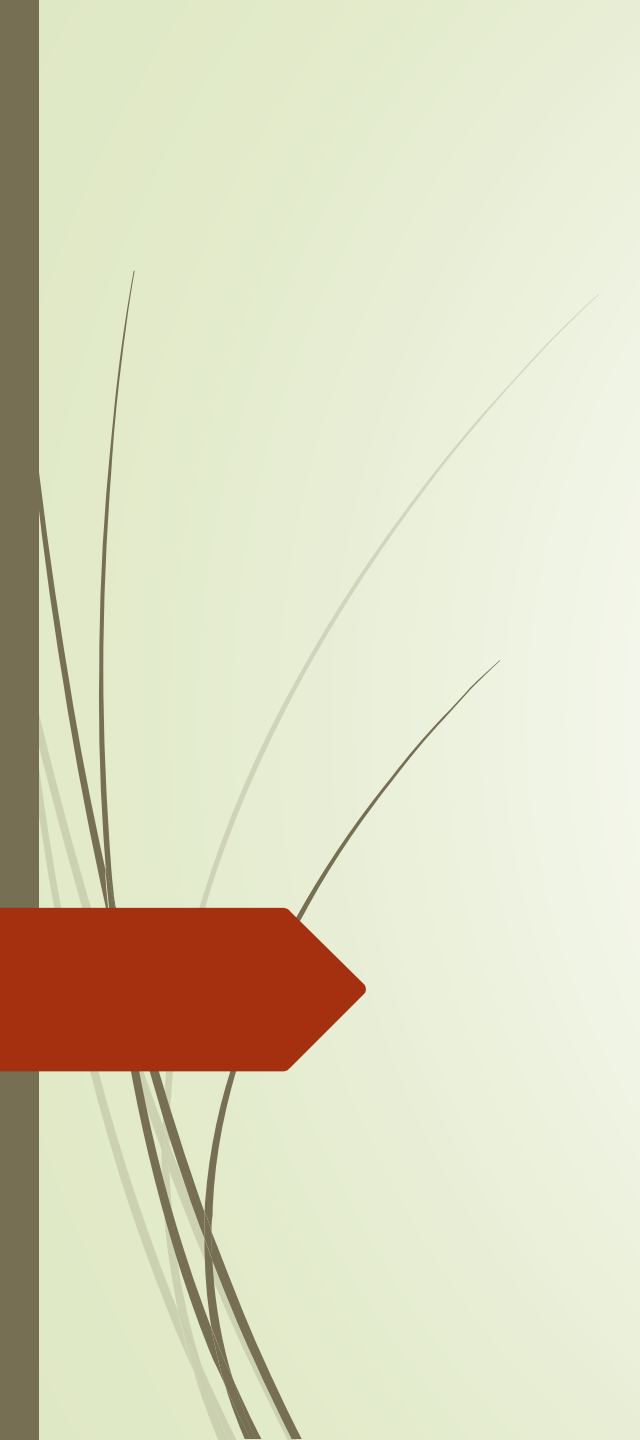




ΛΥΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ 2021---- ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΠΑ.Λ

By infomath-anelixis ΚΑΡΔΙΤΣΑ
ΚΟΥΜΟΥΝΔΟΥΡΟΥ 2 – ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΠΛΑΤΕΙΑ
ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ – ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ



infomath
anelixis

ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ-ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ
ΚΑΡΔΙΤΣΑ
www.infomath-anelixis.gr

Λύσεις Θεμάτων Μαθηματικών ΕΠΑ.Λ 2021 (17/06/2021)

ΘΕΜΑ Α:

A1 Συχνότητα ν_i ονομάζεται ο φυσικός αριθμός που εκφράζει το πλήθος των παρατηρήσεων με τιμή x_i

A2 Απόδειξη 1^η

A3 α) $\wedge$ β) $\leq$ γ) $\wedge$

A4 α) $\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$ β) $(x^\nu)' = \nu \cdot x^{\nu-1}$ γ) $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$



ΘΕΜΑ Β: $f(x) = x^2 - ax + 2$

B1 η C_f τέμνει τον x ' x στο $A(1,0)$ άρα $A \in C_f \Rightarrow f(1) = 0 \Rightarrow 1^2 - a \cdot 1 + 2 = 0 \Rightarrow 3 - a = 0 \Rightarrow a = 3$

Άρα έχω $f(x) = x^2 - 3x + 2$, $A_f = \mathbb{R}$

B2 $g(x) = \frac{f(x)}{x^2 - 1} \Rightarrow g(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ άρα πρέπει $x^2 - 1 \neq 0 \Rightarrow x^2 \neq 1 \Rightarrow x \neq \pm 1$

B3 $\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} \stackrel{0}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-2) \cdot \cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(x+1)} = \frac{1-2}{1+1} = -\frac{1}{2}$

$A_g = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$

$$\Delta = 9 - 8 = 1$$
$$x_{1,2} = \frac{3 \pm 1}{2} \rightarrow \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}$$



infomath
anelixis

ΜΠΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ-ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ
ΚΑΡΔΙΤΣΑ
www.infomath-anelixis.gr

B4] έχω $f'(x) = 2x - 3$
και $f'(0) = -3$

άρα στο $M(0, f(0))$ η ΕΛΡ είναι

$$\varepsilon: y = f'(0) \cdot x + \beta \Rightarrow \boxed{\varepsilon: y = -3x + \beta} \quad (1)$$

$f(0) = 2$ άρα

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon: y = -3x + \beta \\ M(0, 2) \in \varepsilon \\ \in \mathcal{C}_f \end{array} \right\} \Rightarrow 2 = -3 \cdot 0 + \beta$$

$$\Rightarrow \beta = 2$$

$$(1) \Rightarrow \boxed{\varepsilon: y = -3x + 2}$$



infomath
anelixis

ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ-ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ
ΚΑΡΔΙΤΣΑ
www.infomath-anelixis.gr

ΘΕΜΑ Γ: Έχω $N = 50$ εκπαιδευτικούς

Γ_i	κλάσεις	x_i	v_i	f_i	a_i
	$[4, 8)$	6	5	0,1	36°
	$[8, 12)$	10	15	0,3	108°
	$[12, 16)$	14	10	0,2	72°
	$[16, 20)$	18	20	0,4	144°
	Σύνολο	—	50	1	360°

συμπληρώνω τα f_i απ' το ισογράμμο
συμπληρώνω τα x_i με τον τύπο
 $\frac{a+b}{2}$ για κλάση $[a, b)$

$$N = 50$$

$$f_2 = \frac{v_2}{N} \Rightarrow 0,3 = \frac{v_2}{50} \Rightarrow v_2 = 15$$

$$f_3 = \frac{v_3}{N} \Rightarrow 0,2 = \frac{v_3}{50} \Rightarrow v_3 = 10$$

$$a_2 = f_2 \cdot 360^\circ = 0,3 \cdot 360^\circ = 108^\circ$$

$$a_3 = f_3 \cdot 360^\circ = 0,2 \cdot 360^\circ = 72^\circ$$



infomath
anelixis

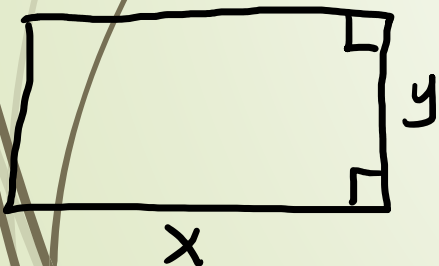
ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ-ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ
ΚΑΡΔΙΤΣΑ
www.infomath-anelixis.gr

Γ₂ $V_2 + V_3 + V_4 = 15 + 10 + 20 = 45$ εκπαιδευτικοί

Γ₃ $f_1 + f_2 + f_3 = 0,6$, 60% των εκπαιδευτικών

Γ₄ $E = I$ από θεωρία

ΘΕΜΑ Δ:



Δ₁ $\Pi = 2x + 2y \Rightarrow 80 = 2x + 2y \Rightarrow x + y = 40 \Rightarrow y = 40 - x$

$$E = x \cdot y = x \cdot (40 - x) \Rightarrow E = -x^2 + 40x$$

άρα $E(x) = -x^2 + 40x$, $x \in (0, 40)$ η συνάρτηση που εκφράζει το εμβαδόν.

αφού πρέπει $x > 0$
και $y > 0 \Rightarrow 40 - x > 0 \Rightarrow x < 40$ $\} A_E = (0, 40)$



infomath
anelixis

ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ-ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ
ΚΑΡΔΙΤΣΑ

www.infomath-anelixis.gr

Δ2] $E'(x) = -2x + 40$

$$E'(x) = 0 \Rightarrow -2x + 40 = 0 \Rightarrow 2x = 40 \Rightarrow x = 20$$

	0	20	40
E'	+	0	-
E		0.4	

$E \nearrow$ στο $[0, 20]$

$E \searrow$ στο $[20, 40]$

Το Π.Ο δεν
δίνεται απ' την επιγραφή
Αν τα παιδιά μελετήσουν
στο $(-\infty, +\infty)$ δεν πρέπει
να το χάσουν ολόκληρο.

Δ3] για $x = 20$ το $E(20) = -20^2 + 40 \cdot 20 = -400 + 800 = 400 \text{ m}^2$

Δ4] $E \searrow$ στο $[20, 40]$ άρα $29,5 < 34,2 \Rightarrow E(29,5) > E(34,2)$

άρα το οικόπεδο Α