



ΛΥΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ 2022-----ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΠΑ.Λ

By infomath-anelixis ΚΑΡΔΙΤΣΑ

ΚΟΥΜΟΥΝΔΟΥΡΟΥ 2 – ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΠΛΑΤΕΙΑ

ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ – ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ



infomath
anelixis

ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ
ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ
ΚΑΡΔΙΤΣΑ
www.infomath-anelixis.gr

ΘΕΜΑ Α :

A1) Απόδειξη 3^η

A2) ορισμός διαμέσου

A3) α) Λάθος β) Σωστό γ) Λάθος

A4) $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$, $(f(g(x)))' = \underline{\underline{f'(g(x)) \cdot g'(x)}}$

ΘΕΜΑ Β : 25, 10, 5, 20, 15

B1) $\bar{x} = \frac{t_1 + t_2 + \dots + t_5}{5} \Rightarrow \bar{x} = \frac{25 + 10 + 5 + 20 + 15}{5} \Rightarrow \bar{x} = \frac{75}{5} \Rightarrow \bar{x} = 15$

επίσης $R = \max_{\text{παρατήρηση}} - \min_{\text{παρατήρηση}} = 25 - 5 \Rightarrow R = 20$



infomath
anelixis

ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ
ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ
ΚΑΡΔΙΤΣΑ

www.infomath-anelixis.gr

$$B2] \quad S^2 = \frac{(t_1 - \bar{x})^2 + (t_2 - \bar{x})^2 + \dots + (t_5 - \bar{x})^2}{5} \Rightarrow S^2 = \frac{(25-15)^2 + (10-15)^2 + (5-15)^2 + (20-15)^2 + (15-15)^2}{5}$$

$$\Rightarrow S^2 = \frac{100 + 25 + 100 + 25 + 0}{5} \Rightarrow S^2 = \frac{250}{5} \Rightarrow S^2 = 50$$

$$B3] \quad \text{έχουμε } S = \sqrt{S^2} \Rightarrow S = \sqrt{50} \Rightarrow S = \sqrt{25 \cdot 2} \Rightarrow S = 5\sqrt{2} \quad \text{άρα } CV = \frac{S}{|\bar{x}|} \Rightarrow CV = \frac{5\sqrt{2}}{15}$$
$$\Rightarrow CV = \frac{\sqrt{2}}{3} > 0,1$$

οχι ομοιογενές



infomath
anelixis

ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ
ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ
ΚΑΡΔΙΤΣΑ
www.infomath-anelixis.gr

ΘΕΜΑ Γ: $f(x) = x^3 - 9x^2 + ax + 1$

Γ1) $f'(1) = 0$
έχω $f'(x) = 3x^2 - 18x + a$ οπότε $f'(1) = 0 \Rightarrow 3 \cdot 1^2 - 18 \cdot 1 + a = 0 \Rightarrow 3 - 18 + a = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow a = 18 - 3 \Rightarrow \boxed{a = 15}$

Γ2) ψάχνω την ΕCF της $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 1$
στο σημείο $M(2, f(2)) \leadsto M(2, 3)$ / $\lambda_{\epsilon} = f'(2)$ άρα $\epsilon: y = f'(2) \cdot x + \beta$
 $\Rightarrow \epsilon: y = -9x + \beta$
αφού $f(2) = 8 - 9 \cdot 4 + 15 \cdot 2 + 1$
 $\Rightarrow f(2) = 3$
αφού $f'(x) = 3x^2 - 18x + 15$
 $f'(2) = 3 \cdot 4 - 18 \cdot 2 + 15 = 12 - 36 + 15 = -9$

άρα έχουμε $\epsilon: y = -9x + \beta \xrightarrow{M(2,3) \in \epsilon} 3 = -9 \cdot 2 + \beta \Rightarrow \beta = 21$
 $\Rightarrow \boxed{\text{οπότε } \epsilon: y = -9x + 21}$



infomath
anelixis

ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ
ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ
ΚΑΡΔΙΤΣΑ
www.infomath-anelixis.gr

Γ3 $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 1$
 $f'(x) = 3x^2 - 18x + 15$

$A_f = \mathbb{R}$ ως πολυωνυμική

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 18x + 15 = 0 \stackrel{:3}{\Rightarrow} x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\Delta = 36 - 20 = 16$$
$$x_{1,2} = \frac{6 \pm 4}{2} \begin{matrix} \nearrow 5 \\ \searrow 1 \end{matrix}$$

	$-\infty$		1	5	$+\infty$
f'		+	ϕ	$-\phi$	+
f		$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	
			T.M	T.E	

$$f \nearrow \forall x \in (-\infty, 1]$$

$$f \searrow \forall x \in [1, 5]$$

$$f \nearrow \forall x \in [5, +\infty)$$

• Τ.Μ στο 1 το $f(1) = 1 - 9 + 15 + 1 = \textcircled{8}$

• Τ.Ε στο 5 το $f(5) = 125 - 9 \cdot 25 + 15 \cdot 5 + 1$
 $= 125 - 225 + 75 + 1$
 $= \textcircled{-24}$



infomath
anelaxis

ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ
ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ
ΚΑΡΔΙΤΣΑ

www.infomath-anelaxis.gr

$$\begin{aligned}\underline{\Gamma 4)} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 18x + 15}{(x-1)(x+1)} = \frac{0}{0} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x^2 - 6x + 5)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-5)(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(x-5)}{x+1} \\ &= \frac{3(1-5)}{1+1} = \frac{3(-4)}{2} = -\frac{12}{2} = \boxed{-6}\end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ: $f(x) = \frac{x}{x+1}$

$\underline{\Delta 1)}$ πρέπει $x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$ άρα $A_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

με $f'(x) = \left(\frac{x}{x+1}\right)' = \frac{(x)'(x+1) - x(x+1)'}{(x+1)^2} = \frac{x+1 - x}{(x+1)^2} = \frac{1}{(x+1)^2} \Rightarrow \boxed{f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}}$

$\underline{\Delta 2)}$ $f'(2) = \frac{1}{(2+1)^2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ άρα $\bar{x} = \frac{1}{\frac{1}{9}} \Rightarrow \boxed{\bar{x} = 9}$

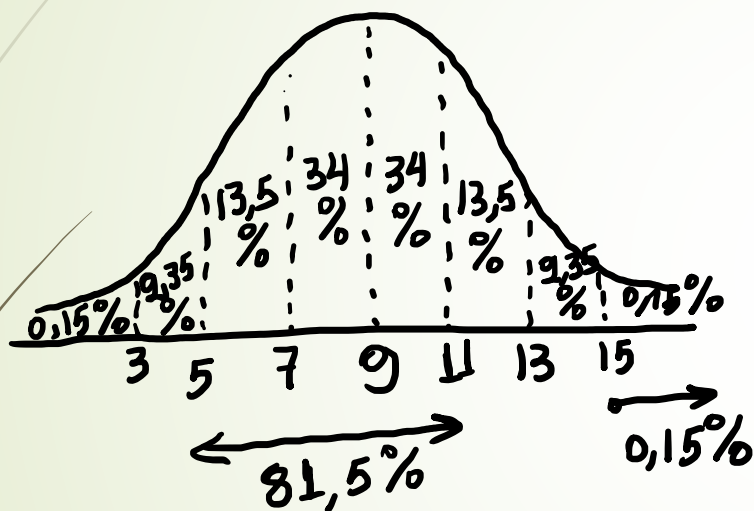
$\cdot 2f'(1) = 2 \cdot \frac{1}{(1+1)^2} = 2 \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ άρα $s = \frac{1}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \boxed{s = 2}$



infomath
anelixis

ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ
ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ
ΚΑΡΔΙΤΣΑ
www.infomath-anelixis.gr

Δ3



$$V = 2000$$

• 81,5% του 2000

$$\frac{81,5}{100} \cdot 2000 = 81,5 \cdot 20 = 1630 \text{ μαθητές}$$

• 0,15% του 2000

$$\frac{0,15}{100} \cdot 2000 = 0,15 \cdot 20 = 3 \text{ μαθητές}$$

Δ4

$$y_i = x_i + 3$$

$$\text{αρα } \bar{y} = \bar{x} + 3 \Rightarrow \bar{y} = 9 + 3 \Rightarrow \boxed{\bar{y} = 12}$$

$$\text{αρα } S_y = S \Rightarrow \boxed{S_y = 2}$$

ΕΥΧΑΡΙΣΤΟΥΜΕ ΓΙΑ ΤΗΝ
ΕΠΙΣΧΕΥΗ !!!