



ΛΥΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ 2025-----ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΠΑ.Λ

By infomath-anelixis ΚΑΡΔΙΤΣΑ
ΚΟΥΜΟΥΝΔΟΥΡΟΥ 2 – ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΠΛΑΤΕΙΑ
ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ – ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ

ΘΕΜΑ Α:

A1 / 7^η απόδειξη A2 / ορισμός συνέχειας στο πεδίο ορισμού (σχολ σελ 16)

A3 / α) $\wedge$ β) $\leq$ γ) $\leq$ δ) $\leq$ ε) $\wedge$

A4 / α) $(c)' = \underline{\underline{0}}$
β) $(x^2)' = \underline{\underline{2x}}$

ΘΕΜΑ Β:

$V = 50$

x_i	V_i	$f_i \%$	N_i
0	10	20	10
1	15	30	25
2	11	22	36
3	8	16	44
4	6	12	50
Σύνολα	50	100	—

B1 / $V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 = V$

$$\Rightarrow V_1 + 15 + 11 + 8 + 6 = 50$$

$$\Rightarrow V_1 = 50 - 40 \Rightarrow \boxed{V_1 = 10 = N_1}$$

$$f_1\% = \frac{V_1}{V} \cdot 100 = \frac{10}{50} \cdot 100 = 20$$

$$f_2\% = \frac{V_2}{V} \cdot 100 = \frac{15}{50} \cdot 100 = 30$$

ομοίως $f_3\%$, $f_4\%$, $f_5\%$

$$N_2 = V_1 + V_2 = 10 + 15 = 25$$

γενικά $N_i = V_1 + V_2 + \dots + V_i$ και συμπληρώνω την στήλη N_i

B2 $\bar{X} = \frac{X_1V_1 + X_2V_2 + X_3V_3 + X_4V_4 + X_5V_5}{V} \Rightarrow \bar{X} = \frac{0 \cdot 10 + 1 \cdot 15 + 2 \cdot 11 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 6}{50} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \bar{X} = \frac{15 + 22 + 24 + 24}{50} \Rightarrow \bar{X} = \frac{85}{50} \Rightarrow \bar{X} = 1,7$

B3 $V = 50$ άρτιος
 άρα $\delta = \frac{t_{\frac{V}{2}} + t_{\frac{V+2}{2}}}{2} = \frac{t_{25} + t_{26}}{2} = \frac{1 + 2}{2} = \frac{3}{2} = 1,5$ άρα $\delta = 1,5$
 αφού από σειρά N_i , η 25^η παρατήρηση είναι 1
 και η 26^η παρατήρηση είναι 2.

B4 α) $\underbrace{f_1\%}_{0 \text{ ώρες}} + \underbrace{f_2\%}_{1 \text{ ώρα}} + \underbrace{f_3\%}_{2 \text{ ώρες}} + \underbrace{f_4\%}_{3 \text{ ώρες}} = 20\% + 30\% + 22\% + 16\% = 88\%$

β) $\bar{y} = \bar{x} + 4 \Rightarrow \bar{y} = 1,7 + 4 \Rightarrow \bar{y} = 5,7$

ΘΕΜΑ Γ:

$$f(x) = -2x^3 + 6x^2 + a, \quad x \in \mathbb{R}$$

Γ1 $f'(x) = -6x^2 + 12x$

$A_f = \mathbb{R} \quad f'(x) = 0 \Rightarrow -6x^2 + 12x = 0 \Rightarrow -6x \cdot (x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

	$-\infty$		0		2		$+\infty$
f'		-	0	+	0	-	
f							
			T.E		T.M		

$$f \downarrow \forall x \in (-\infty, 0]$$

$$f \nearrow \forall x \in [0, 2]$$

$$f \downarrow \forall x \in [2, +\infty)$$

Γ2 T.E στο 0, το $f(0) = a$

T.M στο 2, το $f(2) = -2 \cdot 2^3 + 6 \cdot 2^2 + a = -16 + 24 + a = 8 + a$

οπότε αφού $\frac{f(0) + f(2)}{2} = -8 \Rightarrow \frac{a + 8 + a}{2} = \frac{-8}{1} \Rightarrow 2a + 8 = -16 \Rightarrow 2a = -24$
 $\Rightarrow a = \frac{-24}{2} \Rightarrow a = -12$

Γ3] για $a = -12$, έχουμε $f(x) = -2x^3 + 6x^2 - 12$
με $f'(x) = -6x^2 + 12x$

ψάχνω εφ στο $M(1, f(1)) \rightsquigarrow M(1, -8)$

$$f(1) = -2 + 6 - 12 = -8$$

$$\varepsilon: y = f'(1) \cdot x + \beta$$

$$f'(1) = -6 + 12 = 6$$

$$\text{οπότε } \left. \begin{array}{l} \varepsilon: y = 6x + \beta \\ M(1, -8) \in \varepsilon \end{array} \right\} \Rightarrow -8 = 6 \cdot 1 + \beta \Rightarrow -14 = \beta$$

$$\text{άρα } \boxed{\varepsilon: y = 6x - 14}$$

Γ4] η $f(x) = -2x^3 + 6x^2 - 12$

έχει Τ.Ε στο 0, το $f(0) = -12$

και Τ.Μ στο 2, το $f(2) = -4$

$$\begin{aligned} \forall x \geq 2 \xRightarrow{f \downarrow} f(x) &\leq f(2) \Rightarrow f(x) \leq -4 \Rightarrow -2x^3 + 6x^2 - 12 \leq -4 \\ &\Rightarrow -2x^3 + 6x^2 - 8 \leq 0 \Rightarrow x^3 - 3x^2 + 4 \geq 0 \\ &\quad : (-2) < 0 \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ:

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \lambda x^2 + 7x + \frac{2}{3}, \quad x \in \mathbb{R}$$

Δ1 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 0 \Rightarrow f'(1) = 0$

έχω $f'(x) = x^2 + 2\lambda x + 7$

άρα $f'(1) = 0 \Rightarrow 1^2 + 2\lambda + 7 = 0 \Rightarrow 2\lambda + 8 = 0 \Rightarrow 2\lambda = -8 \Rightarrow \lambda = -4$

Δ2 για $\lambda = -4$, έχουμε $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 7x + \frac{2}{3}$
με $f'(x) = x^2 - 8x + 7$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$\Delta = 64 - 28 = 36$$

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm 6}{2} \rightarrow \begin{matrix} 7 \\ 1 \end{matrix}$$

	$-\infty$	1	7	$+\infty$		
f'		+	0	-	0	+
f		$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$		
			T.M	T.E		

άρα

$$f \nearrow \forall x \in (-\infty, 1]$$

$$f \searrow \forall x \in [1, 7]$$

$$f \nearrow \forall x \in [7, +\infty)$$

$$\underline{\Delta 3}] \quad * \quad 2020 < 2025 \xrightarrow{f \nearrow} f(2020) < f(2025) \Rightarrow 0 < f(2025) - f(2020) \\ \forall x \in [7, +\infty)$$

$$* \quad \frac{3}{2} < \frac{5}{2} \xrightarrow{f \searrow} f\left(\frac{3}{2}\right) > f\left(\frac{5}{2}\right) \Rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) - f\left(\frac{5}{2}\right) > 0 \\ \forall x \in [1, 7]$$

άρα $A = \frac{\overset{+}{f(2025)} - \overset{+}{f(2020)}}{\underset{+}{f\left(\frac{3}{2}\right)} - \underset{+}{f\left(\frac{5}{2}\right)}} > 0$ άρα A θετική

$$\underline{\Delta 4}] \quad \acute{\epsilon}\chi\omega \quad f''(x) = 2x - 8$$

$$\text{οπότε} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) - f''(x) + 1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 8x + 7 - (2x - 8) + 1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 8x + 7 - 2x + 8 + 1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 10x + 16}{\sqrt{x+1} - \sqrt{3}} \stackrel{0}{=} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 10x + 16) \cdot (\sqrt{x+1} + \sqrt{3})}{(\sqrt{x+1} - \sqrt{3})(\sqrt{x+1} + \sqrt{3})} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 10x + 16)(\sqrt{x+1} + \sqrt{3})}{x+1 - 3}$$

$$\Delta = 100 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 100 - 64 = 36 \\ x_{1,2} = \frac{10 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{10 \pm 6}{2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x-8)(\sqrt{x+1} + \sqrt{3})}{x-2} = (2-8) \cdot (\sqrt{2+1} + \sqrt{3}) = -6 \cdot (\sqrt{3} + \sqrt{3}) = -6 \cdot 2\sqrt{3} = -12\sqrt{3}$$

Τέλος απαντήσεων!!!

