



ΛΥΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ 2026----- ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΠΑ.Λ

**By infomath-anelixis ΚΑΡΔΙΤΣΑ
ΚΟΥΜΟΥΝΔΟΥΡΟΥ 2 – ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΠΛΑΤΕΙΑ
ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ – ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ**

ΘΕΜΑ Α

A1) Απόδειξη 6 (σελ 65 σχολ)

A2) Ορισμός (σελ 87 σχολ)

A3) Ορισμός (σελ 27 σχολ)

A4) α) \wedge β) \leq γ) \leq δ) \wedge ε) \leq

ΘΕΜΑ Β

B1) $f'(x) = \frac{1}{2}3x^2 - 2x - 3 \Rightarrow f'(x) = x^2 - 2x - 3$

$A_f = \mathbb{R}$

B2) $f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$

$\alpha = 1, \beta = -2, \gamma = -3$

$\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 4 + 12 = 16$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm 4}{2} \rightarrow \begin{matrix} 3 \\ -1 \end{matrix}$

αίρα

	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
f'	$+$	\ominus	\ominus	$+$
f		\nearrow	\searrow	\nearrow
		T.M	T.E	

$f \nearrow \forall x \in (-\infty, -1]$

$f \searrow \forall x \in [-1, 3]$

και $f \nearrow \forall x \in [3, +\infty)$

όσον αφορά τα
ακρότατα έχουμε

$$\text{T.M } \sigma \tau 0 -1, \tau 0 \quad f(-1) = \frac{1}{3}(-1)^3 - (-1)^2 - 3 \cdot (-1) + 1$$

$$= -\frac{1}{3} - \cancel{1} + 3 + \cancel{1} = -\frac{1}{3} + 3 = -\frac{1}{3} + \frac{9}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\text{T.E } \sigma \tau 0 3, \tau 0 \quad f(3) = \frac{1}{3} \cdot 3^3 - 3^2 - 3 \cdot 3 + 1 = \cancel{9} - \cancel{9} - 9 + 1 = -9 + 1 = -8$$

B3] ψάχνω την Ε(ρ στο $A(0, f(0)) \rightsquigarrow A(0, 1)$
 $\{f(0) = 1\}$

$$\varepsilon: y = f'(0) \cdot x + \beta \rightsquigarrow \varepsilon: y = -3x + \beta \begin{matrix} \text{A}(0, 1) \\ \text{Σ} \end{matrix} \Rightarrow 1 = -3 \cdot 0 + \beta \Rightarrow \beta = 1$$

αρα $\varepsilon: y = -3x + 1$

$$\text{B4}] \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1} \stackrel{0}{=} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-3)(x+1)}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} (x-3) = -1 - 3 = \textcircled{-4}$$

ΘΕΜΑ Γ: 4, 5, 4, k, 0, 3, 7 $k \in \mathbb{N}$

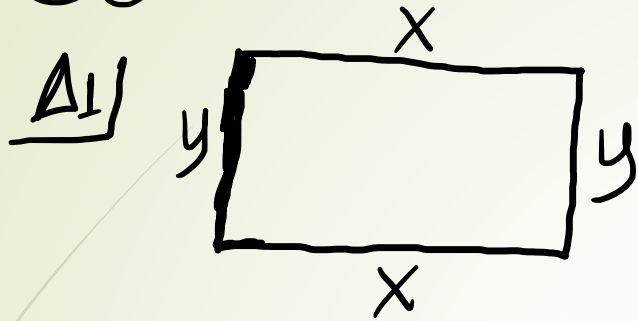
Γ1) $\bar{x} = \frac{4+5+4+k+0+3+7}{7} \Rightarrow 4 = \frac{k+23}{7} \Rightarrow 28 = k+23 \Rightarrow 28-23=k \Rightarrow k=5$

Γ2) για $k=5$ έχω 4, 5, 4, 5, 0, 3, 7
αύξουσα σειρά \rightarrow ~~0, 3, 4, 4, 5, 5, 7~~
 $s = 4 = 4$

Γ3) $s^2 = \frac{(\cancel{4-4})^2 + (5-4)^2 + (\cancel{4-4})^2 + (5-4)^2 + (0-4)^2 + (3-4)^2 + (7-4)^2}{7}$
 $\Rightarrow s^2 = \frac{1+1+16+1+9}{7} \Rightarrow s^2 = \frac{28}{7} \Rightarrow s^2 = 4$

Γ4) $s = \sqrt{s^2} \Rightarrow s = \sqrt{4} \Rightarrow s = 2$
και έχουμε $CV = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{4} = 0,5 > 0,1$
ΟΧΙ ΟΜΟΙΟΤΗΤΕΣ

ΘΕΜΑ Δ:



$$\Pi = x + y + x + y \Rightarrow \Pi = 2x + 2y \Rightarrow \Pi = 2x + \frac{200}{x}$$

$$\Sigma = x \cdot y \Rightarrow 100 = x \cdot y \Rightarrow y = \frac{100}{x}$$

$$x > 0$$

άρα $\Pi(x) = 2x + \frac{200}{x}$, $x > 0$
η συνάρτηση που εκφράζει
την περίμετρο του ορθογωνίου.

Δ2 η $\Pi(x)$ παραγωγίζεται $\forall x > 0$

$$\mu\epsilon \Pi'(x) = 2 - \frac{200}{x^2}, x > 0$$

$$\Pi'(x) = 0 \Rightarrow 2 - \frac{200}{x^2} = 0 \Rightarrow 2 = \frac{200}{x^2} \Rightarrow 2x^2 = 200 \Rightarrow x^2 = 100 \Rightarrow x = 10 \text{ m}$$

$$\Pi'(x) > 0 \Rightarrow 2 - \frac{200}{x^2} > 0 \Rightarrow 2 > \frac{200}{x^2} \Rightarrow 2x^2 > 200 \Rightarrow x^2 > 100 \Rightarrow \sqrt{x^2} > \sqrt{100} \Rightarrow |x| > 10$$

	0	10	+	+
Π'		-	0	+
Π			o.e.	

o.e για $x = 10$

άρα και $y = \frac{100}{10} = 10$ άρα τετράγωνο

~~$x < -10$ Απαγορεύεται~~

$$\underline{\Delta 3} \quad \pi \downarrow \quad \forall x \in (0, 10]$$

$$x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 - x_2 < 0$$

$$x_1 < x_2 \xRightarrow{\pi \downarrow} \pi(x_1) > \pi(x_2) \Rightarrow \pi(x_1) - \pi(x_2) > 0$$

$$\text{apa } A = \frac{\overbrace{\pi(x_1) - \pi(x_2)}^{+}}{\underbrace{x_1 - x_2}_{-}} < 0$$

$$\frac{+}{-} = - \quad \text{apa } A < 0$$

$$\underline{\Delta 4} \quad \lim_{x \rightarrow 10} \frac{\pi'(x)}{\sqrt{10x} - 10} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2 - \frac{200}{x^2}}{\sqrt{10x} - 10} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2 \cdot (1 - \frac{100}{x^2}) \cdot (\sqrt{10x} + 10)}{(\sqrt{10x} - 10)(\sqrt{10x} + 10)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2 \cdot (1 - \frac{10}{x})(1 + \frac{10}{x})(\sqrt{10x} + 10)}{\sqrt{10x}^2 - 10^2} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(1 - \frac{10}{x})(1 + \frac{10}{x})(\sqrt{10x} + 10)}{10x - 100}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2 \cdot (1 - \frac{10}{x})(1 + \frac{10}{x}) \cdot (\sqrt{10x} + 10)}{10x \cdot (1 - \frac{10}{x})} = \lim_{x \rightarrow 10} \frac{2(1 + \frac{10}{x})(\sqrt{10x} + 10)}{10 \cdot x}$$

$$= \frac{2 \cdot (1+1) \cdot (10+10)}{10 \cdot 10} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 20}{100} = \frac{80}{100} = \left(\frac{4}{5}\right)$$

ΤΕΛΟΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ!!!