

Μαθηματικά (Άλγεβρα)

Γ' Επαγγελματικού Λυκείου

Σάββατο 13 Μαΐου 2023

Προσομοίωση Πανελλαδικών εξετάσεων

Αρχή 1<sup>ης</sup> Σελίδας

ΘΕΜΑ Α :

A1 Δίνεται η συνάρτηση  $F(x) = f(x) + g(x)$ . Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι παραγωγίσιμες, να αποδείξετε ότι  
$$F'(x) = f'(x) + g'(x)$$
  
(Μονάδες 6)

A2 i) Πότε μια συνάρτηση  $f$ , λέγεται γεννησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της.

ii) Πώς ορίζεται η μέση τιμή  $\bar{x}$ , ενός συνόλου παρατηρήσεων.  
(Μονάδες 6 (3+3))

A3 Να εκφράσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό ή Λάθος

i) Αν η  $f$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$ , τότε ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$ , στο σημείο  $A(x_0, f(x_0))$ , ισούται με την  $f'(x_0)$ .

Τέλος 1<sup>ης</sup> Σελίδας

Αρχή 2<sup>ης</sup> Σελίδας

- ii) Η μέση τιμή  $\bar{x}$ , δεν επηρεάζεται από ακραίες παρατηρήσεις.
- iii) Αν μια συνάρτηση παρουσιάζει ακρότατο στο  $x_0$  και είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0$ , τότε υποχρεωτικά ισχύει  $f'(x_0) = 0$ .
- iv) Για την παράγωγο μιας σύνθετης συνάρτησης ισχύει:
- $$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x).$$
- v) Σε μια κανονική κατανομή, ισχύει υποχρεωτικά ότι  $\bar{x} = \delta$ .

(Μονάδες 10)

A4 Συμπληρώστε τα κενά:

i)  $(\epsilon\psi x)' = \dots$

ii)  $(x^p)' = \dots$

iii)  $(\sin x)' = \dots$

(Μονάδες 3)

Τέλος 2<sup>ης</sup> Σελίδας

Αρχή 3<sup>ης</sup> Σελίδας

ΘΕΜΑ Β : (Μπιλιούσης Σπύρος)

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 - x - 2}{x-1}, & x \neq 1 \\ a^2 + 1, & x = 1 \end{cases}$$

B1 Βρείτε τον αριθμό  $a$ , ώστε η  $f$  συνεχής στο  $x_0 = 1$   
(Μονάδες 6)

B2 Βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της  $f$ , για  $x \neq 1$ .  
(Μονάδες 5)

B3 Έστω  $S$  η τυπική απόκλιση ενός συνόλου παρατηρήσεων που ακολουθούν κανονική κατανομή, με το  $S$  να ισούται με την θετική τιμή του  $a$ , που έχει προκύψει στο ερώτημα (B1). Αν το 50% των παρατηρήσεων είναι πάνω από την τιμή 10, να βρείτε:

- i) Την μέση τιμή  $\bar{x}$
- ii) Το εύρος  $R$
- iii) Το σύνολο των παρατηρήσεων  $V$ , αν γνωρίζουμε ότι πάνω από την τιμή 14, βρίσκονται 30 παρατηρήσεις

(Μονάδες 7)

Τέλος 3<sup>ης</sup> Σελίδας



Αρχή 4<sup>ης</sup> Σελίδας

B4 Πόσες παρατηρήσεις βρίσκονται ανάμεσα στις τιμές 8 και 12; (Μονάδες 4)

B5 Εξετάστε αν το δείγμα είναι ομοιογενές. (Μονάδες 3).

ΘΕΜΑ Γ : (Μπιλιούσης Σπύρος)

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 + (a-1) \cdot x + b$   
και ισχύει ότι

- η  $f$  διέρχεται από σημείο  $A(2, 9)$
- $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = 19$

Γ1 Να υπολογίσετε τα  $a$  και  $b$ . (Μονάδες 7)

Για  $a = b = 1$

Γ2 Να δείξετε ότι η  $f$  δεν έχει ακρότατα (Μονάδες 5)

Γ3 Δίνονται οι παρατηρήσεις:

$7, f''(1), f(0), 4 + f(-1), 9, 1, 3, 1$

Τέλος 4<sup>ης</sup> Σελίδας



## Αρχή 5<sup>ης</sup> Σελίδας

- i) Υπολογίστε την μέση τιμή  $\bar{x}$  των παρατηρήσεων.
- ii) Υπολογίστε το εύρος  $R$  των παρατηρήσεων
- iii) Υπολογίστε την διακύμανση  $s^2$ , των παρατηρήσεων. (Μονάδες 6)

Γ4 Βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης  $\epsilon$ , της  $CF$  στο σημείο  $A(R-L, f(R-L))$ , όπου  $R$  το εύρος των παρατηρήσεων. (Μονάδες 5)

Γ5 Βρείτε τα σημεία τομής της ευθείας  $\epsilon$  του (Γ4), με τους άξονες  $x'x$  και  $y'y$ . (Μονάδες 2)

## ΘΕΜΑ Δ (Παραλλαγή Θεμάτων Lisari Team - Χατζοπούλος Μάκης)

Στον πίνακα φαίνεται η κατανομή του πλήθους των μαθητών στα 40 τμήματα του φροντιστηρίου infomath-anelaxis. Ο αριθμός  $\lambda$  είναι φυσικός.

| Πλήθος μαθητών | $V_i$       | $N_i$ | $f_i$ | $f_i \%$ | $F_i$ | $F_i \%$ |
|----------------|-------------|-------|-------|----------|-------|----------|
| $[1, 5)$       | 4           |       |       |          |       |          |
| $[5, 9)$       | 8           |       |       |          |       |          |
| $[9, 13)$      | $\lambda^2$ | 28    |       |          |       |          |
| $[13, 17)$     |             |       |       |          |       |          |
| Σύνολο         |             | —     |       |          | —     | —        |

Δ1 Να αποδείξετε ότι  $\lambda = 4$ . (Μονάδες 6)

Τέλος 5<sup>ης</sup> Σελίδας

Αρχή 6<sup>ης</sup> Σελίδας

Δ2 | Να συμπληρώσετε τον πίνακα (Μονάδες 4)

Δ3 | Βρείτε το ποσοστό των τμημάτων που έχουν τουλάχιστον 11 μαθητές. (Μονάδες 4)

Δ4 | Να αποδείξετε ότι  $\bar{x} = 10,6$  και να βρείτε την διάμεσο  $\delta$  (Μονάδες 4)

Δ5 | Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \frac{2}{\lambda} x^2 - \frac{1}{7} (\bar{x} - 3,6) \cdot x + \frac{1}{2}, x \in \mathbb{R}$$

i) Μελετήστε την μονotonία της  $f$

ii) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της  $f$  στο σημείο που παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο.

iii) Έστω η πρόταση " $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - \frac{1}{2}}{h^3+h} = 2$ " είναι

αληθής ή ψευδής;

Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

Τέλος 6<sup>ης</sup> Σελίδας