



ΛΥΣΕΙΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ 2023-----ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΠΑ.Λ

By infomath-anelixis ΚΑΡΔΙΤΣΑ
ΚΟΥΜΟΥΝΔΟΥΡΟΥ 2 – ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΠΛΑΤΕΙΑ
ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΟΣ – ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ

ΘΕΜΑ Α

A1 Απόδειξη: σχολιό σελ 30

A2 Ορισμός $\rightarrow$ θεωρία σχολιό σελ 22

A3 α) $\wedge$ β) $\preceq$ γ) $\succeq$ δ) $\wedge$ ε) $\succeq$

ΘΕΜΑ Β

$$f(x) = 2x^3 + ax^2 - 12x + 10$$

B1 $f'(x) = (2x^3)' + (ax^2)' - (12x)' + (10)' \Rightarrow f'(x) = 6x^2 + 2ax - 12$

B2 $\varepsilon // x'x \Rightarrow \lambda \varepsilon = 0 \Rightarrow f'(1) = 0 \Rightarrow 6 \cdot 1^2 + 2a \cdot 1 - 12 = 0 \Rightarrow 6 + 2a - 12 = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2a - 6 = 0 \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$

B3 για $a=3$: έχουμε $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 10$ και $f'(x) = 6x^2 + 6x - 12$

με $A_f = \mathbb{R}$

$$\begin{aligned} \bullet f'(x) = 0 &\Rightarrow 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Rightarrow 6 \cdot (x^2 + x - 2) = 0 \\ &\Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \end{aligned}$$

$$\Delta = 9$$

$$\text{kor } x_{1,2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \rightarrow \begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix}$$

	$-\infty$	-2	1	$+\infty$		
f'		+	ϕ	-	ϕ	+
f		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$
			T.M		T.E	

$f \nearrow \forall x \in (-\infty, -2] \cup [1, +\infty)$

$f \searrow \forall x \in [-2, 1]$

• T.M kor -2 , zo $f(-2) = 2 \cdot (-2)^3 + 3 \cdot (-2)^2 - 12 \cdot (-2) + 10$
 $= -16 + 12 + 24 + 10 = \textcircled{30}$

• T.E kor 1 , zo $f(1) = 2 \cdot 1^3 + 3 \cdot 1^2 - 12 \cdot 1 + 10 = 2 + 3 - 12 + 10 = \textcircled{3}$

B4] $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6x^2 + 6x - 12}{x-1} \stackrel{0}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6(x^2 + x - 2)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{6 \cdot \cancel{(x-1)} \cdot (x+2)}{\cancel{x-1}} =$
 $= \lim_{x \rightarrow 1} [6 \cdot (x+2)] = 6 \cdot (1+2) = 6 \cdot 3 = \textcircled{18}$

ΘΕΜΑ 7

Γ1 $\bar{x} = 14 \Rightarrow \frac{x_1 V_1 + x_2 V_2 + x_3 V_3 + x_4 V_4}{V} = 14 \Rightarrow \frac{10 \cdot 20 + 14 \cdot 15 + 18 \cdot V_3 + 22 \cdot 5}{40 + V_3} = 14$

$$\Rightarrow \frac{200 + 210 + 18V_3 + 110}{40 + V_3} = 14 \Rightarrow 520 + 18V_3 = 14 \cdot (40 + V_3) \Rightarrow 520 + 18V_3 = 560 + 14V_3$$

$$\Rightarrow 18V_3 - 14V_3 = 560 - 520 \Rightarrow 4V_3 = 40 \Rightarrow \boxed{V_3 = 10}$$

Γ2

κλάσεις	x_i	V_i	$x_i \cdot V_i$
$[8, 12)$	10	20	200
$[12, 16)$	14	15	210
$[16, 20)$	18	V_3 10	180
$[20, 24)$	22	5	110
Σύνολο	—	50	700

$V_3 = 10$ από (Γ1)

άρα $V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 50$

• $x_i = \frac{a+b}{2}$ για κάθε κλάση $[a, b)$

• ο πίνακας συμπληρωμένος, δίπλα.

$$\sqrt{3}] S^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot v_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot v_2 + (x_3 - \bar{x})^2 \cdot v_3 + (x_4 - \bar{x})^2 \cdot v_4}{V}$$

$$\Rightarrow S^2 = \frac{(10-14)^2 \cdot 20 + (14-14)^2 \cdot 15 + (18-14)^2 \cdot 10 + (22-14)^2 \cdot 5}{50} \Rightarrow S^2 = \frac{16 \cdot 20 + 0 + 16 \cdot 10 + 64 \cdot 5}{50}$$

$$\Rightarrow S^2 = \frac{320 + 160 + 320}{50} \Rightarrow S^2 = \frac{800}{50} \Rightarrow S^2 = 16$$

$$\sqrt{4}] \text{ άρα } S = \sqrt{S^2} \Rightarrow S = \sqrt{16} \Rightarrow S = 4$$

$$\text{οπότε } CV = \frac{S}{|\bar{x}|} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7} > 0,1$$

όχι ομοιογενές

ΘΕΜΑ Δ

$$f(x) = -\frac{1}{x^2}$$

Δ1 $A_f = \mathbb{R} - \{0\}$ με $f'(x) = \left(-\frac{1}{x^2}\right)' = \frac{(-1)' \cdot x^2 - (-1)(x^2)'}{x^4} = \frac{2x}{x^4} = \frac{2}{x^3}$

άρα $f'(x) = \frac{2}{x^3}, x \neq 0$

• Αν $x^3 > 0 \Rightarrow x > 0$ τότε $f'(x) > 0$

• Αν $x^3 < 0 \Rightarrow x < 0$ τότε $f'(x) < 0$

	$-\infty$		0		$+\infty$
f'	-			+	
f	↘			↗	

$f \downarrow \forall x \in (-\infty, 0)$
 $f \uparrow \forall x \in (0, +\infty)$

και δεν παρουσιάζει ακρότατα

Δ2 $x \in [-4, -1] \Rightarrow -4 \leq x \leq -1$

$\Rightarrow f(-4) \geq f(x) \geq f(-1)$
 $\downarrow$
 $\forall x \in (-\infty, 0)$

$\Rightarrow -\frac{1}{16} \geq f(x) \geq -\frac{1}{1} \Rightarrow -1 \leq f(x) \leq -\frac{1}{16}$

Δ3] ψάχνω ε.ε στο $M(1, f(1)) \rightarrow M(1, -1)$

αρα $\varepsilon: y = f'(1) \cdot x + \beta \Rightarrow \varepsilon: y = 2x + \beta$
 $M(1, -1) \in \varepsilon \} \begin{aligned} -1 &= 2 \cdot 1 + \beta \Rightarrow -1 - 2 = \beta \\ &\Rightarrow \beta = -3 \end{aligned}$

$$f'(1) = \frac{2}{1} = 2$$

αρα $\boxed{\varepsilon: y = 2x - 3}$

Δ4] $y_i = 2x_i - 3$

αρα $\bar{y} = 2 \cdot \bar{x} - 3 = 2 \cdot 4 - 3 = 8 - 3 = 5$

$$s_y = |2| \cdot s_x = 2 \cdot 2 = 4$$

αρα $CV_y = \frac{s_y}{|\bar{y}|} = \left(\frac{4}{5} \right)$

Τέλος απαντήσεων!!!