

3^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ-ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α:

A.1] α) Δίνεται η εξίσωση $ax^2+bx+c=0$, με $a \neq 0$.

Να συμπληρώσετε τα κενά:

$\Delta = \dots\dots\dots$

- Αν $\Delta > 0$ τότε $x_{1,2} = \dots\dots\dots$
- Αν $\Delta = 0$ τότε $\rho = \dots\dots\dots$
- Αν $\Delta < 0$ τότε η εξίσωση είναι $\dots\dots\dots$

(Μονάδες 4)

β) Μία εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες x_1, x_2 .

Τότε $S = \dots\dots\dots$ και $P = \dots\dots\dots$

όπου S και P το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της εξίσωσης.

(Μονάδες 4)

A.2] Να εκφράσετε με Σ ή Λ :

α) Αν x_1, x_2 οι ρίζες μιας εξίσωσης 2^{ου} βαθμού, με άθροισμα $S = x_1 + x_2$ και $P = x_1 x_2$, τότε η δευτεροβάθμια εξίσωση είναι η $x^2 + Sx + P = 0$

β) Για κάθε τριώνυμο $ax^2+bx+c=0$ με $a \neq 0$ και $\Delta \geq 0$, ισχύει ότι $P = -\frac{\gamma}{\alpha}$.

γ) Η εξίσωση $0x = -6$, είναι αδύνατη.

δ) Η εξίσωση $\sqrt[6]{x^6} + 2 = 11$, έχει μοναδική λύση.

ε) Αν μία εξίσωση 1^{ου} βαθμού, έχει σίγουρα 2 λύσεις, τότε αυτό σημαίνει ότι είναι ταυτότητα.

στ) Η εξίσωση $|A(x)| = B(x)$, λύνεται θεωρώντας $\begin{cases} A(x) = B(x) \\ \text{ή} \\ A(x) = -B(x) \end{cases}$

και τίποτα άλλο

ζ) Η εξίσωση $ax = 0$ είναι αδύνατη.

η) Η εξίσωση $(|x| - 1) \cdot (|x| + 2) = 0$, έχει 2 πραγματικές ρίζες.

θ) Η εξίσωση $ax^2 + 2x - a = 0$ με $a \neq 0$, έχει 2 άνισες ρίζες.

ι) Η εξίσωση $|x| + \sqrt{5} = 0$, είναι αδύνατη.

(Μονάδες 10)

A.3] Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{x-5}{2} + \frac{14}{4} = \frac{7x}{2} - 3(x-3)$$

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Β:

B.1] Λύστε τις εξισώσεις:

i) $|2x-1|=3$

v) $|x-5|=|2x-1|$

ii) $|3x-7|=0$

vi) $|3x-1|=2x-1$

iii) $x^3=64$

vii) $\sqrt{x^2-6x+9}=|x-8|$

iv) $x^4=16$

viii) $|2|x|-1|=7$

(Μονάδες 16)

B.2] Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $x^2-2x-5=0$

Να βρείτε εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες τους αριθμούς

α) $2x_1$ και $2x_2$

β) $\frac{1}{x_1}$ και $\frac{1}{x_2}$

γ) Λύστε την ανίσωση $|2x-1| \leq x_1^2 + x_2^2 + 1 + x_1^3 + x_2^3$

(Μονάδες 14)

(3+5+6)

ΘΕΜΑ Γ:

Γ.1] Δίνεται η εξίσωση $\lambda^2(x-2)=-1-\lambda(\lambda-x)$

Αν η εξίσωση είναι αόριστη:

α) Βρείτε τον αριθμό λ .

(Μονάδες 6)

β) Για το λ που βρήκατε στο (α), λύστε την εξίσωση:

$$|x - \lambda| = 3x - 7$$

(Μονάδες 7)

Γ.2] Δίνεται η εξίσωση : $x^2 - 4(\lambda + 1)x + 8\lambda - 1 = 0$

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει 2 πραγματικές άνισες ρίζες $\forall \lambda \in \mathbb{R}$

(Μονάδες 5)

β) Έστω x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης

i) Να δείξετε ότι η παράσταση $A = (x_1 - 2)(x_2 - 2)$ είναι ανεξάρτητη του λ .

ii) Να βρείτε το λ , ώστε να ισχύει: $x_1^2 x_2 + x_1 + x_1 x_2^2 + x_2 = 64$

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Δ:

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (\lambda - 2)x - 2\lambda = 0$ με $\lambda \neq -2$

Δ.1] Να δείξετε ότι η εξίσωση έχει 2 άνισες ρίζες.

(Μονάδες 4)

Δ.2] Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης:

i) Βρείτε τα S και P των ριζών.

(Μονάδες 2)

ii) Βρείτε τις τιμές του λ , για τις οποίες ισχύει:

$$\frac{|x_1 + x_2 + 3\lambda - 8| - 5}{5} + 3 = \frac{|x_1 x_2 + \lambda + 3| + 3}{2}$$

(Μονάδες 6)

Δ.3] Αν $\lambda = -2$, λύστε την εξίσωση.

Αν κ , η λύση που βρήκατε παραπάνω, τότε λύστε την εξίσωση

$$\frac{1}{x+1} - \frac{\kappa}{x} = \frac{3}{x^\kappa + x}$$

(Μονάδες 8)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!