

4^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ-ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ- 4^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

ΘΕΜΑ Α:

A.1] Συμπληρώστε τα πινακάκια

❖ Αν $\Delta > 0$

αν $\alpha > 0$:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$\alpha x^2 + \beta x + \gamma$				

❖ Αν $\Delta = 0$

αν $\alpha < 0$:

x	$-\infty$	x_0	$+\infty$
$\alpha x^2 + \beta x + \gamma$			

❖ Αν $\Delta < 0$

αν $\alpha > 0$:

x	$-\infty$	$+\infty$
$\alpha x^2 + \beta x + \gamma$		

(Μονάδες 6)

A.2] Συμπληρώστε τα κενά:

i) το τριώνυμο ax^2+bx+c με $a \neq 0$ και $\Delta > 0$ με ρίζες x_1 και x_2 , παραγοντοποιείται ως εξής:

$$ax^2+bx+c = \dots\dots\dots$$

ii) το τριώνυμο ax^2+bx+c με $a \neq 0$ και $\Delta = 0$ με διπλή ρίζα ρ , παραγοντοποιείται ως εξής:

$$ax^2+bx+c = \dots\dots\dots$$

iii) Τι συμβαίνει αν $\Delta < 0$;

(Μονάδες 9)**A.3] Εκφράστε με Σ ή Λ :**

α) Η ανίσωση $0x \geq 1$, είναι αδύνατη.

β) Οι λύσεις της ανίσωσης $|x-1| < 3$, βρίσκονται στο διάστημα $(-3,3)$

γ) Η ανίσωση $|x-3| > 0$, ισχύει $\forall x \in \mathbb{R}$

δ) Η ανίσωση $|7x-13| \leq -4$ είναι αδύνατη.

ε) Το πρόσημο του τριωνύμου $ax^2+bx+c=0$, αν $a < 0$ διατηρείται σε όλο το $\mathbb{R}$.

στ) Το τριώνυμο ax^2+bx+c με $\Delta > 0$, μπορεί να παραγοντοποιηθεί σε

$$a(x-x_1)(x-x_2).$$

ζ) Η ανίσωση $0x > -5$ είναι αδύνατη.

η) Αν $\Delta < 0$, τότε το ax^2+bx+c , μπορεί να παραγοντοποιηθεί.

θ) Αν $\Delta < 0$, τότε $ax^2 + bx + c$ με $a \neq 0$, διατηρεί πρόσημο σε όλο το $\mathbb{R}$.

ι) Η ανίσωση $|x - 5| \leq 3$, έχει λύσεις το διάστημα (2,8).

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β:

B.1] α) Δίνεται το τριώνυμο $x^2 - 7x + 6$.

Σχηματίστε πίνακα προσήμων για το παραπάνω τριώνυμο

(Μονάδες 4)

β) Να βρείτε για ποια x , ορίζεται η παράσταση $K = \sqrt{x^2 - 3x + 4}$

(Μονάδες 6)

B.2] α) Παραγοντοποιήστε το τριώνυμο $3x^2 - 2x - 1$

(Μονάδες 3)

β) Να βρείτε τις τιμές x , για τις οποίες έχει νόημα η παράσταση

$$A = \frac{x-1}{3x^2-2x-1}$$

(Μονάδες 3)

γ) Απλοποιήστε τη παράσταση.

(Μονάδες 4)

δ) Λύστε την εξίσωση $|A| = 1$

(Μονάδες 4)

ε) Λύστε την ανίσωση $|A| > 1$

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Γ:

Γ.1] Βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων

$$\frac{x-1}{2} + \frac{2(x+1)}{3} \geq \frac{x+2}{2} - \frac{13}{6} \quad \text{και} \quad \frac{2x-1}{4} + 2x \leq \frac{x+1}{2} - \frac{11}{4}$$

(Μονάδες 7)

Γ.2] Λύστε τις ανισώσεις:

α) $\left| |2x-1| - 3 \right| < 2$

β) $|2x-4| + d(x, 2) \leq 12 - |2-x|$

(Μονάδες 8)

Γ.3] Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 2x - 5 = 0$

α) Βρείτε το άθροισμα S και το γινόμενο P των ριζών της. (Μονάδες 4)

β) Λύστε την ανίσωση $|2x-1| \leq S^2 - 2P + S^3 - 3PS + 1$ (Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Δ:

Θεωρούμε τους αριθμούς $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ για τους οποίους ισχύει η σχέση :

$$\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha - 4\beta = 4$$

Δ.1] Να δείξετε ότι η σχέση γράφεται στη μορφή $(\alpha-1)^2 + (\beta-2)^2 = 9$

(Μονάδες 6)

Δ.2] Να δείξετε ότι $|\alpha - 1| \leq 3$ και $|\beta - 2| \leq 3$

(Μονάδες 6)

Δ.3] Να βρείτε το πρόσημο του τριωνύμου $f(x)=x^2-6x-27$ και στη συνέχεια να δείξετε ότι $f(\alpha+\beta) \leq 0$.

(Μονάδες 8)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!