

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ο.Π Β ΛΥΚΕΙΟΥ (1^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ)

ΘΕΜΑ Α:

A.1] Να διατυπώσετε τον ορισμό του εσωτερικού γινομένου δύο

διανυσμάτων $\vec{\alpha} \neq \vec{0}$ και $\vec{\beta} \neq \vec{0}$ (Μονάδες 4)

Γράψτε τον τύπο εύρεσης του εσωτερικού γινομένου $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$, αν

$\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$. (Μονάδες 3)

A.2] Αν $\vec{\alpha} = (-1, 2)$ και $\vec{\beta} = (-3, 1)$, υπολογίστε:

i) το $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ (Μονάδες 2)

ii) την γωνία $\angle(\vec{\alpha}, \vec{\beta})$ (Μονάδες 3)

A.3] Εκφράστε με Σ ή Λ:

α) Αν $|\vec{\alpha}| = |\vec{\beta}|$ τότε και $\vec{\alpha} = \vec{\beta}$

β) Δύο αντίθετα διανύσματα έχουν ίσα μέτρα.

γ) Αν $\vec{\alpha} = (\sin\theta, -\eta\mu\theta)$, τότε $|\vec{\alpha}| = 1$

δ) Αν $\vec{\alpha} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$ τότε $|\vec{\alpha}| + |\vec{\beta}| \geq |\vec{\alpha} + \vec{\beta}|$

ε) Αν $\vec{\alpha} = (x_1, y_1)$ και $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ και $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix} \neq 0$, τότε τα σημεία

$A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$, αποκλείεται να ανήκουν στην ίδια ευθεία.

(Μονάδες 10)

A.4] Να αποδείξετε ότι για τη διανυσματική ακτίνα του μέσου Μ, ενός

διανύσματος $\vec{AB}$, ισχύει: $\vec{OM} = \frac{\vec{OA} + \vec{OB}}{2}$

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Β:

B.1] Δίνονται τα σημεία $A(2,1)$ $B(5,4)$ $\Gamma(3,-2)$ $\Delta(2,-2)$ και $E(3,5)$

Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των παρακάτω διανυσμάτων:

i) $\vec{AB}$ ii) $\vec{A\Gamma}$ iii) $\vec{AE}$ iv) $\vec{A\Delta}$ v) $\vec{BE}$

(Μονάδες 10)

B.2] Έστω τα διανύσματα $\vec{OA} = 4\vec{i} + 5\vec{j}$

$$\vec{OB} = -5\vec{i} + 2\vec{j}$$

$$\vec{O\Gamma} = \vec{i} - 4\vec{j}$$

A) Βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων A, B, Γ. **(Μονάδες 3)**

B) Να δείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ δεν είναι συνευθειακά.

(Μονάδες 6)

Γ) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ, είναι ισοσκελές. **(Μονάδες 7)**

Δ) Αν M μέσο της πλευράς AB, να βρείτε τις συντεταγμένες του M.

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ Γ:

Θεωρούμε τα μοναδιαία διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$, που σχηματίζουν γωνία $\frac{2\pi}{3}$, καθώς και τα διανύσματα

$$\vec{u} = 4\vec{\alpha} + 2\vec{\beta} \quad \text{και} \quad \vec{v} = \vec{\beta} - \vec{\alpha}$$

Γ.1] Υπολογίστε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ **(Μονάδες 3)**

Γ.2] Υπολογίστε τα μέτρα $|\vec{v}|$ και $|\vec{u}|$ **(Μονάδες 8)**

Γ.3] Την γωνία μεταξύ των διανυσμάτων $\vec{u}$ και $\vec{v}$ **(Μονάδες 9)**

ΘΕΜΑ Δ:

Σε τρίγωνο ABΓ είναι: $\overrightarrow{AB}=(-4,6)$, $\overrightarrow{AG}=(2,-8)$

Δ.1] Να βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\overrightarrow{AM}$, όπου AM η διάμεσος του ABΓ. **(Μονάδες 7)**

Δ.2] Να αποδείξετε ότι η γωνία $\hat{A}$ είναι οξεία. **(Μονάδες 10)**

Δ.3] Αν στο τρίγωνο ABΓ επιπλέον ισχύει A(3,1), να βρείτε τις συντεταγμένες των κορυφών του B και Γ. **(Μονάδες 8)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!