

Διαγώνισμα στα Μαθηματικά Γ ΕΠΑΛ (2^ο Διαγώνισμα)

ΘΕΜΑ Α

A.1] Εκφράστε με Σ ή Λ τις προτάσεις:

α) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής στο x_0 , τότε το x_0 δεν ανήκει στο A_f

β) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l, l \in \mathbb{R}$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |l|$

γ) Αν υπάρχουν τα $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ και είναι ίσα με λ_1, λ_2

αντίστοιχα, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = \lambda_1 \cdot \lambda_2$

δ) Η $f(x) = \frac{5x-3}{e^x}$ έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}^*$

ε) Για την συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} 5x+1, & x \leq 0 \\ 2x-3, & x > 0 \end{cases}$ υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

(Μονάδες 10)

A.2] Αντιστοιχίστε τις συναρτήσεις με τα πεδία ορισμού τους.

1. $f(x) = 3x^2 + 5 \ln x$

A. $\mathbb{R}$

2. $f(x) = \frac{1}{x+3}$

B. $(0, +\infty)$

3. $f(x) = x^5 + e^x + 3x$

Γ. $\mathbb{R}^*$

4. $f(x) = \frac{5}{x}$

Δ. $(-\infty, -3) \cup (-3, +\infty)$

5. $f(x) = \frac{7}{\sqrt{x-3}}$

E. $(3, +\infty)$

(Μονάδες 10)

A.3] Πότε μια συνάρτηση ονομάζεται συνεχής στο $x_0 \in A$;

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η παράσταση $A = \frac{\alpha^2 + \alpha + 1}{\alpha^3 - 1}$

B.1] Να απλοποιήσετε τη παράσταση και να δείξετε ότι $A = \frac{1}{\alpha - 1}$

(Μονάδες 7)

B.2] Για $\alpha=2$, υπολογίστε την Α.

(Μονάδες 8)

B.3] Αν κ το αποτέλεσμα του ερωτήματος (β), υπολογίστε την παράσταση $\Pi = 3\kappa^2 + (-\kappa)^{16} - 15^0(\kappa+3)$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Γ

Γ.1] Να εξετάσετε αν η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 2x - 8}{x + 2}, & x \neq -2 \\ -6, & x = -2 \end{cases}$$

είναι συνεχής στο $x_0 = -2$

(Μονάδες 15)

Γ.2] Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} 4x + a, & x < 1 \\ a^2 x^2 - 2x, & x \geq 1 \end{cases}$$

Βρείτε το a , ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0 = 1$

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο :

$$f(x) = \begin{cases} a^2 x + \ln x, & 0 < x \leq 1 \\ \frac{x^2 - x}{\sqrt{x+3} - 2}, & x > 1 \end{cases}$$

Δ.1] Βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

(Μονάδες 6)

Δ.2] Βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ **(Μονάδες 7)**

Δ.3] Βρείτε τις τιμές του α , ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0=1$

(Μονάδες 7)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!

infomath anelaxis