

3^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΕΠΑΛ

ΘΕΜΑ Α:

A1] Να συμπληρώσετε με Σ(σωστό) ή Λ(λάθος).

i) Αν μια συνάρτηση δίνεται με διαφορετικό τύπο αριστερά του $x_0 \in A$ και δεξιά του $x_0 \in A$, τότε είναι συνεχής στο $x_0 \in A$ αν και μόνο αν

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = f(x_0).$$

ii) Ισχύει ότι $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)$

iii) Η παράγωγος της $f(x) = e^{3x}$ είναι $f'(x) = e^{3x}$.

iv) Ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)}$ αρκεί $g(x) \neq 0$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0$.

v) Ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} \eta \mu x = \eta \mu x_0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$,

vi) Η f'' του $\sin x$ είναι το $-\sin x$.

(Μονάδες 12)

A2] Να υπολογίσετε τα όρια:

i) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

ii) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{(x+2)^3}{x^3 + 8}$

iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$

iv) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - 1}{x}$

(Μονάδες 8)

A3]Υπολογίστε τις παραγώγους των συναρτήσεων:

i) $f(x) = \eta\mu 3x$

ii) $f(x) = \sigma\nu\nu^2 \sqrt{e^x}$

iii) $f(x) = e^{3x} \ln x$

iv) $f(x) = \frac{e^{2x}}{\eta\mu x}$

v) $f(x) = x\eta\mu(\ln x)$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β :

B1]Αν $f(x) = x^2 \ln x$ $x > 0$, να δείξετε ότι ισχύει:

$$f'(1) + f''(e) = 6$$

(Μονάδες 10)

B2]Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 7x + 12}{x - 4}, & x < 4 \\ a, & x = 4 \\ \frac{x - 4}{\sqrt{x} - 2} - 3, & x > 4 \end{cases}$$

α) Βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$

β) Βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$

γ) Βρείτε την τιμή του α ώστε η f συνεχής στο $x_0 = 4$.

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ Γ:

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 - 5x + 6$ και $g(x) = x - 3$

Γ.1] Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)}$ (Μονάδες 7)

Γ.2] Υπολογίστε τη τιμή της παράστασης $K = f'(7) + g'(2012)$ (Μονάδες 5)

Γ.3] Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f'(x) + g'(x)}{\sqrt{x^2 + 12} - 4}$ (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Δ:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sqrt{x^2 - x + 1} - 1$

Δ.1] Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f. (Μονάδες 6)

Δ.2] Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-1}{x-1}$ **(Μονάδες 8)**

Δ.3] Υπολογίστε τη τιμή $f'(0)$. **(Μονάδες 6)**

infomath anelaxis