

4^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ' ΕΠΑΛ

ΘΕΜΑ Α:

A.1] Να συμπληρώσετε τα κενά:

i) $(\ln x)' = \dots\dots\dots$

ii) $(e^x)' = \dots\dots\dots$

iii) $(\eta\mu x)' = \dots\dots\dots$

iv) $(\sigma\upsilon\nu x)' = \dots\dots\dots$

v) $(\sigma\phi x)' = \dots\dots\dots$

(Μονάδες 10)

A.2] Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ ή Λ:

α) Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$, για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ .

β) Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο (α, β) και για κάποιο $x_0 \in (\alpha, \beta)$, ισχύει $f'(x_0) = 0$, τότε η f έχει υποχρεωτικά τοπικό ακρότατο στο x_0 .

γ) Αν f, g δύο παραγωγίσιμες συναρτήσεις, τότε:

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g'(x)$$

δ) Αν η f είναι συνεχής στο x_0 , τότε ισχύει $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

ε) Ισχύει ότι $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ Β:

Β.1] Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 9x}{x^2 - 4x + 3}$

β) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x^2 - 1}$

γ) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+5} - \sqrt{3-x}}{x^2 - 1}$

(Μονάδες 12)

Β.2] Δίνεται η συνεχής συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει

$$xf(x) - 2f(x) = x^2 - 4, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

i) Να δείξετε ότι $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$, για $x \neq 2$

ii) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$

iii) Υπολογίστε τη παράσταση $A = f(0) + f(-1) - 2f(1)$

(Μονάδες 13)

ΘΕΜΑ Γ:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1} + \frac{1}{2}$ με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

Γ.1] Να δείξετε ότι $f'(x) = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}$ **(Μονάδες 9)**

Γ.2] Βρείτε το ρυθμό μεταβολής της συνάρτησης f , όταν $x=1$.

(Μονάδες 6)

Γ.3] Μελετήστε την f , ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα της.

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Δ:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + \alpha x + 3$ με $\alpha \in \mathbb{R}$.

Επίσης ισχύει ότι : $f(-1) - f'(-1) = 14$

Δ.1] Να αποδείξετε ότι $\alpha = -4$ **(Μονάδες 6)**

Δ.2] Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{f'(x) + f''(x)}$ **(Μονάδες 6)**

Δ.3] Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της c_f στο σημείο $M(4, f(4))$

(Μονάδες 6)

Δ.4] Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της c_f , η οποία είναι

παράλληλη στην ευθεία $(\zeta): y = -2x + 2019$

(Μονάδες 7)