

ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

2^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

(2^ο Κεφάλαιο (συναρτήσεις) & Τριγωνομετρία (3.1, 3.2))

ΘΕΜΑ 1^ο

A.1] Χαρακτηρίστε τις προτάσεις με ένα **Σ**, αν είναι σωστές, ή με ένα **Λ**, αν είναι λανθασμένες.

- α) Μια γνησίως μονότονη συνάρτηση έχει το πολύ μία ρίζα.
- β) Αν μία συνάρτηση f είναι περιττή, τότε $f(0) = 0$.
- γ) Κάθε συνάρτηση έχει αναγκαστικά ελάχιστη και μέγιστη τιμή.
- δ) Αν $0 < \omega < \pi$, τότε $\eta\omega > 0$.
- ε) Αν $\eta\mu x = 0$, τότε αναγκαστικά ισχύει $\sigma\upsilon\nu x = 1$.
- στ) Αν Δ ένα διάστημα του πεδίου ορισμού A_f μιας συνάρτησης f , και $\forall x_1, x_2 \in \Delta$ ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ . Το x_1 είναι μικρότερο του x_2 .
- ζ) Η συνάρτηση $f(x) = \frac{x-3}{x}$ έχει $A_f = \mathbb{R} - \{3\}$.
- η) Υπάρχει γωνία $\hat{\omega}$ τέτοια, ώστε $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{3}{2}$.
- θ) Αν για τη συνάρτηση f υπάρχει $x_0 \in A_f$ τέτοιο, ώστε $f(x) \geq f(x_0) \forall x \in A_f$, τότε η f παρουσιάζει στο x_0 ολικό μέγιστο.
- ι) Ισχύει ότι $1 - \sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{\epsilon\phi^2\omega}{1 + \epsilon\phi^2\omega}$.

(Μονάδες 10)

A.2] Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων:

- α) $f(x) = 2 - \sqrt{x-5}$
- β) $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$
- γ) $h(x) = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{|x-2|-4}$
- δ) $\varphi(x) = \frac{x - \frac{1}{x}}{\sqrt{x^2 - x + 1}}$
- ε) $d(x) = \frac{4x}{\sqrt[3]{x-5}}$

(Μονάδες 10)

- A.3]** Αν $\eta\mu x = -\frac{1}{2}$ και η γωνία x ανήκει στο 3^ο τεταρτημόριο, υπολογίστε τους υπόλοιπους τριγωνομετρικούς αριθμούς της.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2^ο

- B.1]** Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία τις συναρτήσεις:

α) $f(x) = 4 - \sqrt{x-3}$ στο A_f .

β) $g(x) = 1 - \sqrt{4-2x}$ στο A_g .

(Μονάδες 10)

- B.2]** Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x^3 - 4x^2}{x-2}$.

α) Βρείτε το πεδίο ορισμού της και απλοποιήστε τον τύπο της.

β) Εξετάστε αν η f είναι άρτια, περιττή ή τίποτα από τα δύο.

γ) Έστω μια συνάρτηση g με $A_g = \mathbb{R}$, η οποία είναι περιττή και ισχύει:

$$\alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha + 5 - 4\beta = -3 + f(0) + f(3)$$

Υπολογίστε τα α, β .

(Μονάδες 15)

(4+5+6)

ΘΕΜΑ 3^ο

- Γ.1]** Δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = 3x^3 + 2$.

α) Υπολογίστε τα $\varphi(-1)$, $\varphi(-2)$ και $\varphi(h+1)$.

β) Βρείτε το πεδίο ορισμού A_φ και τη συμμετρία της συνάρτησης (αν έχει).

γ) Γράψτε από τι είδους μετατόπιση και κατά πόσες μονάδες προήλθαν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων:

i) $f(x) = 3(x-5)^3 + 5$

ii) $g(x) = 3x^3 - 2$

iii) $h(x) = 3(x+4)^3 + 2$

(Μονάδες 15)

(5+4+6)

Γ.2] Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$.

- α)** Βρείτε το A_f .
- β)** Εξετάστε αν η f είναι άρτια ή περιττή.
- γ)** Να αποδείξετε ότι:

$$\sqrt{f(1) + f(2) + \frac{3}{4} - 7 + 1} = x^0, \text{ με } x \neq 0$$

(Μονάδες 10)
(3+3+4)

Γ.3] Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{1 + \eta\mu^2 x}{\sigma\upsilon\nu^2 x} - 2\epsilon\phi^2 x = 1$$

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + 4}{x^5}$.

Αν $A = f(1)$ και $B = \sqrt{(3\eta\mu\alpha + 4\sigma\upsilon\nu\alpha)^2 + (4\eta\mu\alpha - 3\sigma\upsilon\nu\alpha)^2}$

- α)** Υπολογίστε τις παραστάσεις A και B .
- β)** Αν $\eta\mu\omega = \frac{A}{B}$ και $\frac{\pi}{2} < \hat{\omega} < \pi$, τότε υπολογίστε την παράσταση:

$$\Gamma = \frac{9\epsilon\phi(4\pi + \omega) - 20\sigma\phi(2\pi + \omega)}{-2\sigma\upsilon\nu\omega + \eta\mu\omega}$$

(Μονάδες 20)

Καλή επιτυχία!!!

* Το διαγώνισμα επιμελήθηκε ψηφιακά ο μαθητής μας, Μπαλακτσής Χρήστος.