

ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

3^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ

(3^ο Κεφάλαιο (τριγωνομετρία) 3.1 – 3.5)

ΘΕΜΑ 1^ο

A.1] Συμπληρώστε τα κενά:

α) $\sin x = \sin \theta \Rightarrow \begin{cases} x = \underline{\hspace{2cm}} \\ x = \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} x = \underline{\hspace{2cm}} \\ x = \underline{\hspace{2cm}} \end{cases}, \kappa \in \mathbb{Z}.$

β) $\cos x = -\cos \theta \Rightarrow \cos x = \cos \underline{\hspace{2cm}} \Rightarrow x = \underline{\hspace{2cm}}, \kappa \in \mathbb{Z}.$

γ) $\cos x \cdot \sin x = \underline{\hspace{2cm}}$

δ) $\sin x = \sin \theta \Rightarrow \begin{cases} x = \underline{\hspace{2cm}} \\ x = \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \text{ ή } \begin{cases} x = \underline{\hspace{2cm}} \\ x = \underline{\hspace{2cm}} \end{cases}, \kappa \in \mathbb{Z}.$

ε) $\sin(\pi + x) = \underline{\hspace{2cm}}$

στ) $\cos(\pi - x) = \underline{\hspace{2cm}}$

(Μονάδες 9)

A.2] Χαρακτηρίστε τις προτάσεις με ένα Σ, αν είναι σωστές, ή με ένα Λ, αν είναι λανθασμένες.

α) Η εξίσωση $\sin x = -\frac{3}{5}$ είναι αδύνατη.

β) Οι αντίθετες γωνίες έχουν το ίδιο ημίτονο και αντίθετους όλους τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς.

γ) Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί $\cos$ και $\sin$ είναι ομόσημοι.

δ) Ισχύει ότι $\sin^2 \omega + \frac{1}{1 + \cos^2 \omega} = 1$.

ε) Οι λύσεις της εξίσωσης $\sin x = 0$ είναι οι $2\kappa\pi + \frac{\pi}{2}, \kappa \in \mathbb{Z}$.

στ) Η συνάρτηση $f(x) = \frac{3}{\sin x}$ έχει πεδίο ορισμού όλο το $\mathbb{R}$.

ζ) Ισχύει ότι $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \omega\right) = -\sin \omega$.

η) Η συνάρτηση $f(x) = \frac{3}{2} \sin x$ έχει μέγιστη τιμή το 1.

θ) Η συνάρτηση $f(x) = \sin x$ είναι άρτια.

ι) Αν $K = 2\sigma\upsilon\nu x + 5$, η μέγιστη τιμή του K είναι 7.

(Μονάδες 10)

A.3] Λύστε τις εξισώσεις:

i) $\eta\mu x = -1$ ii) $\epsilon\phi x = 1$ iii) $\sqrt{2}\sigma\upsilon\nu x - 1 = 0$ iv) $3\sigma\upsilon\nu x + 4 = 0$

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 2°

B.1] Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 3\eta\mu \frac{x}{2}$.

α) Να βρείτε μια περίοδο T της f .

β) Ποια είναι η μέγιστη και ποια η ελάχιστη τιμή της f .

γ) Σχεδιάστε τη C_f της f και τη C_g της $g(x) = -f(x)$.

δ) Λύστε την εξίσωση $f(x) = \frac{3}{2}$.

(Μονάδες 12)

(4+2+2+4)

B.2] α) Να αποδείξετε ότι ισχύει:

$$\frac{1 - 2\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu^2 x} - \frac{1 - 3\sigma\upsilon\nu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} = 3\sigma\phi^2 x$$

β) Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{1 - 2\sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu^2 x} - \frac{1 - 3\sigma\upsilon\nu x}{1 - \sigma\upsilon\nu x} = 3$$

(Μονάδες 6)

(3+3)

B.3] Λύστε τις εξισώσεις:

i) $\sqrt{3} \cdot \sigma\phi x = -1$

ii) $(\sigma\phi x - \sqrt{3})(\sigma\upsilon\nu x - 2) = 0$

iii) $\eta\mu\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) - 3 = 0$

iv) $\sigma\upsilon\nu\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - \sigma\upsilon\nu\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 0$

v) $\epsilon\varphi 3x = \epsilon\varphi\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

vi) $\sqrt{3} \cdot \epsilon\varphi\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 1 = 0$

vii) $2\sqrt{3} \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{4} - 4x\right) + 3 = 0$

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 1 - 2\eta\mu 3x$.

α) Υπολογίστε τις τιμές $f(0)$, $f\left(-\frac{\pi}{3}\right)$, $f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ και $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

β) Να δείξετε ότι $-1 \leq f(x) \leq 3$.

γ) Λύστε την εξίσωση $f(x) = 0$.

δ) Υπολογίστε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{\eta\mu\left(\frac{13\pi}{2} + \omega\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{27\pi}{2} - \omega\right) \cdot \epsilon\varphi\left(\frac{37\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\varphi\left(\frac{43\pi}{2} - \omega\right)}{\eta\mu\left(\frac{23\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{29\pi}{2} + \omega\right) \cdot \epsilon\varphi\left(\frac{35\pi}{2} - \omega\right) \cdot \sigma\varphi\left(\frac{41\pi}{2} - \omega\right)}$$

Έπειτα, λύστε την εξίσωση $f(x) = A$.

(Μονάδες 25)

(4+6+7+8)

ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \eta\mu(\pi - 3x) + \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$.

α) Φέρτε την f στη μορφή $f(x) = \rho \cdot \eta\mu\omega x$. Έπειτα, βρείτε $\max$, $\min$ και T της f .

β) Σχεδιάστε τη C_f .

γ) Λύστε την εξίσωση $f(x) = \sqrt{2}$.

δ) Θεωρώ τη γωνία $\hat{\omega}$, με $0 < \omega < \frac{\pi}{2}$, και ισχύει $3\sigma\upsilon\nu^2\omega + 10\eta\mu\omega - 6 = 0$.

Βρείτε όλους τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της $\hat{\omega}$.

(Μονάδες 20)

Καλή επιτυχία!!!

* Το διαγώνισμα επιμελήθηκε ψηφιακά ο μαθητής μας, Μπαλακτσής Χρήστος.