

1^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α:

A.1] Να απαντήσετε στις κάτωθι ερωτήσεις:

- α) Να δώσετε τον ορισμό της συνάρτησης. **(Μονάδες 3)**
- β) Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε νένα διάστημα Δ , του πεδίου ορισμού της; **(Μονάδες 3)**
- γ) Πότε μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού το A παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_0 \in A$; **(Μονάδες 3)**

A.2] Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ ή Λ

- α) Αν η συνάρτηση f είναι γνησίως μονότονη και η γραφική της παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(1,3)$ και $B(2,1)$, τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα.
- β) Αν η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\mathbb{R}$, τότε $f(x+1) > f(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$
- γ) Αν η μέγιστη τιμή μιας συνάρτησης, είναι ίση με 2 τότε η εξίσωση $f(x)=3$ είναι αδύνατη,
- δ) Το σύστημα $\begin{cases} 3x + y = 11 \\ 6x + 2y = 4 \end{cases}$ έχει άπειρες λύσεις.
- ε) Κάθε εξίσωση της μορφής $ax+by=\gamma$, παριστάνει μια ευθεία γραμμή.

(Μονάδες 10)

A.3] Έστω οι ευθείες $\epsilon_1: \alpha_1x+\beta_1y=\gamma_1$ και $\epsilon_2: \alpha_2x+\beta_2y=\gamma_2$

- ι) Αν ϵ_1, ϵ_2 _____ τότε το σύστημα έχει μοναδική λύση.

ii) Αν οι $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ _____ τότε το σύστημα είναι αόριστο.

iii) Αν οι $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ είναι _____ τότε το σύστημα είναι αδύνατο.

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Β:

B.1] Δίνονται οι ευθείες:

$$\varepsilon_1: x+2y=5$$

$$\varepsilon_2: 2x-3y=-4$$

i) Να βρείτε το σημείο τομής (x_0, y_0) των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$. (Μονάδες 5)

ii) Να βρείτε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}^*$, αν το ζεύγος (x_0, y_0) είναι λύση του συστήματος

$$\begin{cases} \frac{x}{\alpha} + \frac{2y}{\beta} = 14 \\ \frac{3x}{\alpha} - \frac{2y}{\beta} = -6 \end{cases}$$

(Μονάδες 7)

B.2] Να λυθούν τα συστήματα:

$$i) \begin{cases} \frac{x+2y}{4} - \frac{3y-2x}{5} = y-x \\ \frac{x+y}{5} - \frac{x-y+5}{2} = x-3 \end{cases}$$

$$ii) \begin{cases} \frac{x+y}{3} + x = 15 \\ y - \frac{y-x}{5} = 6 \end{cases}$$

(Μονάδες 8)

B.3] Λύστε το σύστημα με μέθοδο οριζουσών:

$$\begin{cases} x - 22y = -20 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$$

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Γ:

Γ.1] Να μελετήσετε ως προς τη μονοτονία τις συναρτήσεις:

α) $f(x) = x^3 + 2x + 3$

β) $f(x) = 3 + \sqrt{1-x}$

γ) $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{x} + 3$

(Μονάδες 12)

Γ.2] Να βρείτε τα ακρότατα των συναρτήσεων:

α) $f(x) = 5 - (x+2)^4$

β) $f(x) = 2\sqrt{x} - 5$

γ) $f(x) = 7 - \frac{4}{|x+3|+2}$

(Μονάδες 9)

Γ.3] Μελετήστε την συμμετρία της συνάρτησης $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$.

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ Δ:

Δ.1] Να βρεθούν οι τιμές των λ, μ ώστε η εξίσωση

$$3(x+1)\mu - 2(1-x)\lambda = 4(2x+1)$$

να είναι ταυτότητα

(Μονάδες 4)

Δ.2] Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\mu x - \lambda}{x + 1}$ με μ, λ τις τιμές που βρήκατε στο ερώτημα Δ.1.

Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και να εξηγήσετε γιατί η f , δεν μπορεί να είναι ούτε άρτια, ούτε περιττή.

(Μονάδες 3)

Δ.3] Να αποδείξετε ότι τα σημεία $M(-2,5)$ και $N(-4,3)$ ανήκουν στη γραφική παράσταση της f .

Έπειτα να βρείτε τα σημεία τομής της c_f με τους άξονες.

(Μονάδες 5)

Δ.4] Να αποδείξετε ότι ο τύπος της f μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$f(x) = 2 - \frac{3}{x+1}$$

(Μονάδες 5)

Δ.5] Μελετήστε την f ως προς τη μονοτονία στο διάστημα $\Delta = (-1, +\infty)$

(Μονάδες 5)

Δ.6] Λύστε την ανίσωση $f(x^2+1) > f(4)$

(Μονάδες 3)

Καλή επιτυχία!!!