

## 2<sup>ο</sup> Διαγώνισμα Γ ΕΠΑ.Λ

### ΘΕΜΑ Α :

**A.1]** Πότε μία συνάρτηση ονομάζεται συνεχής στο  $x_0 \in A_f$ ;

**(Μονάδες 6)**

**A.2]** Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 3, & x \geq 2 \\ x^2 - 6, & x < 2 \end{cases}$$

εξετάστε αν είναι συνεχής στο  $x_0=2$

**(Μονάδες 6)**

**A.3]** Εκφράστε με Σ ή Λ, τις προτάσεις:

α) Η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x-3}{x-1}$  δεν είναι συνεχής στο  $x_0=1$

β) Αν υπάρχουν τα όρια  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  και είναι ίσα με  $\lambda_1, \lambda_2$  αντίστοιχα, τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - g(x)) = \lambda_1 - \lambda_2$

γ) Η συνάρτηση  $f(x) = \ln(x^2 - x + 1)$  έχει πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ .

δ) Η συνάρτηση  $f(x) = g(x) + h(x)$ , είναι συνεχής εκεί που ορίζεται, αν  $g, h$  συνεχείς συναρτήσεις.

ε) Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)}$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lambda_1$ , τότε το πρώτο όριο ισούται με  $\sqrt{\lambda_1}$ , εφόσον  $\lambda_1 \geq 0$  **(Μονάδες 10)**

**A.4]** Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 6x + 5}{x - 5}, & x \neq 5 \\ 4, & x = 5 \end{cases}$$

εξετάστε αν η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0 = 5$

**(Μονάδες 8)**

### ΘΕΜΑ Β :

**B.1]** Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x^2}, & x \neq 0 \\ \alpha + 3, & x = 0 \end{cases}$$

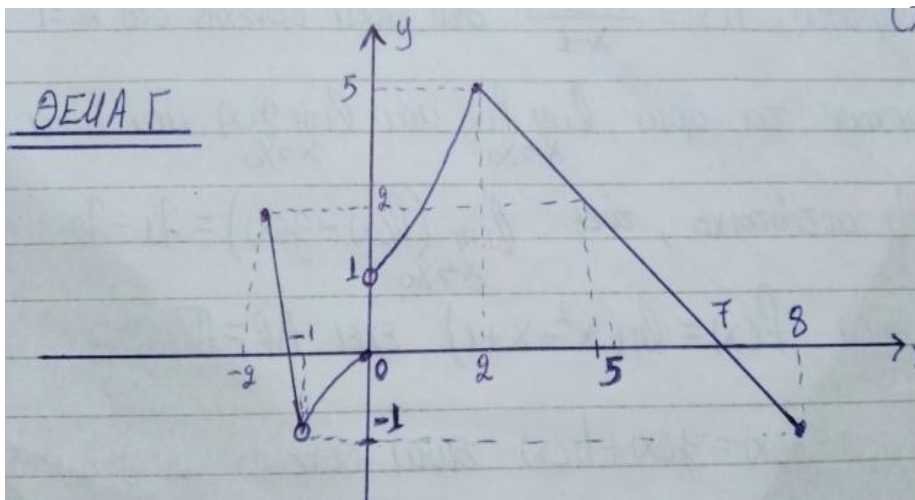
βρείτε την τιμή του  $\alpha$ , ώστε η  $f$  συνεχής στο  $x_0 = 0$

**(Μονάδες 15)**

**Β.2]** Υπολογίστε τα όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 4x + 3} \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 5x}{\sqrt{x+5} - \sqrt{5}} \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4x + 3}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$$

**(Μονάδες 15)**



**Γ.1]** Υπολογίστε τις τιμές :  $f(-2)$ ,  $f(0)$ ,  $f(2)$ ,  $f(7)$

**(Μονάδες 8)**

**Γ.2]** Υπολογίστε  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$

**(Μονάδες 8)**

**Γ.3]** Είναι η  $f$  συνεχής στο  $x_0=0$ ;

Τι έχετε να πείτε για την συνέχεια στο  $x_0=-1$ ;

**(Μονάδες 4)**

**ΘΕΜΑ Δ :**

Δίνεται συνάρτηση  $f$  με τύπο,  $f(x) = \frac{2x^2 - 3(\alpha + x) + 1}{x - 2}$  με  $\alpha \in \mathbb{R}$

για την οποία γνωρίζουμε ότι η γραφική της παράσταση διέρχεται, από το σημείο  $A(0,1)$ .

**Δ.1]** Να βρείτε το  $A_f$  και να δείξετε ότι  $\alpha=1$  **(Μονάδες 5)**

**Δ.2]** Για  $\alpha=1$ , υπολογίστε  $f(3)$  και  $f(1)$  **(Μονάδες 5)**

**Δ.3]** Για  $\alpha=1$ , να δείξετε ότι η συνάρτηση  $g$  είναι συνεχής στο  $x_0=2$ , με

$$g(x) = \begin{cases} 3f(x) - 5, & x \neq 2 \\ 10, & x = 2 \end{cases}$$

**(Μονάδες 10)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!