

3^ο Διαγώνισμα Γ ΕΠΑ.Λ

ΘΕΜΑ Α :

A.1] Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες, τότε να αποδείξετε ότι:

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

(Μονάδες 7)

A.2] Πότε μια συνάρτηση f , ονομάζεται παραγωγίσιμη στο x_0 του πεδίου ορισμού της;

(Μονάδες 5)

A.3] Να συμπληρώσετε τα κενά:

i) $(\sin x)' = \text{-----}$

ii) $(\sqrt{x})' = \text{-----}, x \geq 0$

iii) $(\ln x)' = \text{-----}, x > 0$

(Μονάδες 3)

A.4] Συμπληρώστε με Σ ή Λ :

α) Ένα τοπικό ελάχιστο είναι κατ'ανάγκη μικρότερο από ένα τοπικό μέγιστο.

β) Ο συντελεστής διεύθυνσης της εφαπτομένης, της καμπύλης που είναι η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f , στο σημείο $A(x_0, f(x_0))$, είναι η παράγωγος της f στο x_0 .

γ) Το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - h) + f(x_0)}{h}$, ονομάζεται παράγωγος της f στο x_0 .

δ) Κάθε συνεχής συνάρτηση στο A_f , είναι και παραγωγίσιμη στο A_f .

ε) Ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow x_0} \ln x = \ln x_0$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Β :

B.1] Βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α) $f(x) = \sqrt{2} \sin x$

β) $f(x) = x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 7x + 3$

γ) $f(x) = x^3 \eta \mu 2x$

δ) $f(x) = \frac{x}{\sin x}$

(Μονάδες 10)

B.2] Βρείτε την παράγωγο των συναρτήσεων:

α) $f(x) = \sqrt{10 - 5x}$

β) $f(x) = \sigma \upsilon \nu^3 x$

γ) $f(x) = \ln(3x - 5)$

(Μονάδες 9)

B.3] Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 2x + 2$

Να αποδείξετε ότι $f'(x) + f''(x) = 2x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Γ :

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 4x^3 - 6x^2$

Γ.1] Υπολογίστε την τιμή της παράστασης:

$$A = 4f(1) + 2f'(1) - f''(1)$$

(Μονάδες 6)

Γ.2] Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f , στο σημείο $M(-1, f(-1))$.

(Μονάδες 8)

Γ.3] Να βρείτε τα σημεία της γραφικής παράστασης της f , στα οποία η εφαπτομένη είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.

(Μονάδες 6)

Γ.4] Να γράψετε τις εξισώσεις των εφαπτομένων στα σημεία αυτά.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Δ :

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=\alpha x^3+(\alpha+1)x^2$ και $g(x)=x^2+1$

Αν ισχύει ότι $f'(1)=27$, τότε:

Δ.1] Να αποδείξετε ότι $\alpha=5$

(Μονάδες 6)

για $\alpha=5$:

Δ.2] Να βρείτε την παράγωγο $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'$ **(Μονάδες 6)**

Δ.3] Υπολογίστε το όριο:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{f'(x)}{g'(x)} \right)$$

(Μονάδες 6)

Δ.4] Βρείτε την εφαπτομένη της c_f στο σημείο $A(1, f(1))$.

(Μονάδες 7)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!