

4^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ-ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ**ΘΕΜΑ Α:**

A.1] Έστω η εξίσωση $ax^2+bx+c=0$ με $a \neq 0$ και $\Delta \geq 0$. Να αποδείξετε ότι για τις ρίζες x_1, x_2 (άνισες ή ίσες), ισχύει

$$S=x_1+x_2=-\frac{\beta}{\alpha} \text{ και } P=x_1x_2=\frac{\gamma}{\alpha} \quad (\text{Μονάδες 7})$$

A.2] Έστω η ανίσωση $ax^2+bx+c \geq 0$, με $a \neq 0$.

Αν $\Delta < 0$ και $a < 0$, η ανίσωση είναι αδύνατη.

α) Η παραπάνω πρόταση είναι Αληθής ή Ψευδής;

(Μονάδες 2)

β) Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

(Μονάδες 3)

A.3] Εκφράστε με Σ ή Λ :

α) Η εξίσωση $ax^2+bx+c=0$ με $ac < 0$, έχει σίγουρα 2 άνισες ρίζες.

β) Η εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες κ και λ , είναι η εξίσωση $x^2+(\kappa+\lambda)x+\kappa\lambda=0$

γ) Η εξίσωση $x^2-5x+2=0$, έχει 2 θετικές ρίζες.

δ) Το τριώνυμο ax^2+bx+c , με $a \neq 0$ και $\Delta < 0$, διατηρεί πρόσημο στο $\mathbb{R}$.

ε) Αν $\beta < 0$, τότε η ανίσωση $0 < x > \beta$, αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$

(Μονάδες 10)

A.4] Λύστε τις ανισώσεις:

α) $3 \leq 2x - 5 \leq 7$

β) $2 \leq |x - 1| < 5$

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ Β:

B.1] Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4x + 2 = 0$

α) Να αποδείξετε ότι έχει 2 άνισες ρίζες, τις οποίες δεν χρειάζεται να υπολογίσετε.

(Μονάδες 3)

β) Αν x_1, x_2 οι ρίζες της παραπάνω εξίσωσης, τότε να υπολογίσετε τα S και P.

(Μονάδες 5)

γ) Λύστε την εξίσωση $(S - 3)x^4 - (2P + 1)x^2 + 4 = 0$

(Μονάδες 7)

δ) Υπολογίστε τις κάτωθι παραστάσεις:

i) $x_1^2 + x_2^2$ ii) $x_1^3 + x_2^3$ iii) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$ iv) $\frac{x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3}{x_1 + x_2}$

(Μονάδες 10)

B.2] Δίνονται οι ανισώσεις $3x-1 < x+9$ και $2 - \frac{x}{2} \leq x + \frac{1}{2}$

Να βρείτε τις κοινές λύσεις τους.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Γ:

Δίνεται η παράσταση $K = \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^2 - x - 2}$

Γ.1] Να παραγοντοποιήσετε τον αριθμητή. **(Μονάδες 4)**

Γ.2] Για ποιες τιμές του x , ορίζεται η παράσταση K ;

(Μονάδες 4)

Γ.3] Απλοποιήστε την παράσταση K .

(Μονάδες 4)

Γ.4] Λύστε την εξίσωση $|K|=0$

(Μονάδες 5)

Γ.5] Να βρείτε τιμές των x , ώστε ο παρονομαστής του K , να είναι αρνητικός.

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ Δ:

Δίνεται η εξίσωση $x^2 + (3\lambda - 2)x + (3\lambda^2 - 4\lambda + 1) = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$

Δ.1] Να αποδείξετε ότι $\Delta = -3\lambda^2 + 4\lambda$, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ **(Μονάδες 5)**

Δ.2] Βρείτε τιμές του λ , ώστε η εξίσωση να έχει:

i) πραγματικές ρίζες

ii) ομόσημες πραγματικές ρίζες

(Μονάδες 10)

Δ.3] Λύστε την ανίσωση $|S-1| \leq 2$

(Μονάδες 5)

Δ.4] Αν κ , η ελάχιστη τιμή του λ ώστε η αρχική εξίσωση να έχει διπλή ρίζα, να δείξετε ότι

$$3^{\kappa} + 5\kappa - \sqrt{2\kappa + 9} = -2$$

(Μονάδες 5)

infomath anelixis