

2^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ-ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α:

A.1] Να δώσετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας ενός μη αρνητικού αριθμού α . (Μονάδες 6)

A.2] Να αποδείξετε ότι $|\alpha\beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ (Μονάδες 6)

A.3] Εκφράστε με Σ ή Λ :

α) Αν $\alpha > 0$ τότε $\sqrt[3]{a^6} = a^2$

β) Ισχύει ότι $|3 - \pi| = 3 - \pi$

γ) Ισχύει ότι $25^{\frac{1}{2}} = 5$

δ) Η απόσταση 2 αριθμών α, β στον άξονα των πραγματικών αριθμών, δίνεται από τον τύπο $d(\alpha, \beta) = |\alpha - \beta|$.

ε) Η εξίσωση $|2x - 5| = -7$ είναι αδύνατη. (Μονάδες 10)

A.4] Λύστε την εξίσωση $d(x, 3) = 5$ (Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ Β:

B.1] Αν $1 < x < 2$, τότε να υπολογίσετε την παράσταση

$$\Pi = |x - 1| - |2 - x| - 2x$$

(Μονάδες 8)

B.2] Να λύσετε τις εξισώσεις:

i) $|x - 5| = 1$

ii) $|3x - 7| = 0$

iii) $|5x + 2| = 3$

iv) $|x - 6| = -1$

(Μονάδες 8)

B.3] Λύστε τις ανισώσεις:

i) $|2x - 5| < 4$

ii) $|7x + 2| > 1$

iii) $|x - 3| < -5$

(Μονάδες 6)

B.4] Αναπτύξτε τις ταυτότητες ή κάντε τις πράξεις:

i) $(\sqrt{3} + 5)^2$

ii) $(\sqrt{3} - 1) \cdot (\sqrt{3} + 1)$

iii) $\sqrt{3 + \sqrt{5}} \cdot \sqrt{3 - \sqrt{5}}$

iv) $\sqrt{\sqrt{2} - 1}^{2021} \cdot \sqrt{\sqrt{2} + 1}^{2021}$

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Γ:

Γ.1] Έστω πραγματικοί αριθμοί y , για τους οποίους ισχύει $|y - 2| < 1$

και πραγματικοί αριθμοί x για τους οποίους ισχύει $|x - 3| < 1$

α) Να δείξετε ότι $y \in (1, 3)$ και $x \in (2, 4)$

β) Απλοποιήστε την παράσταση $A = \frac{|y-1|+|y-3|}{2}$

γ) Που κυμαίνεται η ποσότητα $3x+2y-5$;

(Μονάδες 12)

Γ.2] Συμπληρώστε τον πίνακα:

ΑΠΟΛΥΤΗ ΤΙΜΗ	ΑΠΟΣΤΑΣΗ	ΔΙΑΣΤΗΜΑ
$ x - 3 < 2$		
	$d(x, 5) \leq 1$	
	$d(x, -2) > 4$	
$ x + 7 > 3$		
		$[-2, 8]$
		$(-\infty, 4) \cup (12, +\infty)$

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Δ:

Δίνεται η παράσταση $A = \sqrt{x-4} + \sqrt{6-x}$ και $B = \sqrt[5]{(x-2)^5}$

Δ.1] Για $x=5$ να δείξετε ότι $A^2 + A - 6 = 0$

και

για $x=4$ να δείξετε ότι $B^2 + 6B = B^4$.

(Μονάδες 8)

Δ.2] Για $x > 2$, απλοποιήστε την παράσταση:

$$B + \sqrt{(5 - \sqrt{2})^2} + \sqrt{(2 - \sqrt{3})^2} - x$$

(Μονάδες 6)

Δ.3] Λύστε την εξίσωση $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = 5$

(Μονάδες 5)

Δ.4] Υπολογίστε τα x και y αν ισχύει:

$$\sqrt{x^2 - 6x + 9} + \sqrt[5]{(y-2)^5} = 0$$

(Μονάδες 6)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!