

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ο.Π Β ΛΥΚΕΙΟΥ (1^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ)

ΘΕΜΑ Α:

A.1] Τι ονομάζουμε εσωτερικό γινόμενο δύο μη μηδενικών διανυσμάτων $\vec{a}$ και $\vec{b}$. **(Μονάδες 6)**

A.2] Εκφράστε με Σ ή Λ :

α) Δύο διανύσματα είναι παράλληλα, μόνο αν έχουν ίσους συντελεστές διεύθυνσης.

β) Αν $\vec{a} = (x_1, y_1)$ και $\vec{b} = (x_2, y_2)$, τότε $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$

γ) Η απόσταση των σημείων $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ δίνεται από τον τύπο $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

δ) Έστω ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$. Τότε και $\overline{AB} = \overline{AG}$.

ε) Αν ισχύει $\overline{AB} = -\frac{4}{3}\overline{AA'}$, τότε τα σημεία A, B, A' είναι σημεία που ανήκουν στην ίδια ευθεία. **(Μονάδες 10)**

A.3] Αν $M(x, y)$ το μέσο του τμήματος AB με $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$, να αποδείξετε ότι $x = \frac{x_1+x_2}{2}$ και $y = \frac{y_1+y_2}{2}$ **(Μονάδες 6)**

A.4] Δίνονται τα σημεία $A(3,5)$, $B(2,-1)$, $\Gamma(4,5)$ και $\Delta(-2,7)$. Εξετάστε αν τα διανύσματα $\overline{AB}$ και $\overline{\Gamma\Delta}$, είναι παράλληλα. **(Μονάδες 8)**

ΘΕΜΑ Β:

Αν ισχύει $4\overrightarrow{AP} + 3\overrightarrow{AA} - 2\overrightarrow{AG} = 4\overrightarrow{BP} + \overrightarrow{BA}$ και $\overrightarrow{GA} \neq \vec{0}$, τότε:

B.1] Να αποδείξετε ότι $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{GA}$. (Μονάδες 8)

B.2] Εξηγήστε αν τα $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{GA}$ είναι ομόρροπα ή αντίρροπα. (Μονάδες 3)

B.3] Να αποδείξετε ότι αν $|\overrightarrow{GA}|=5$, τότε $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GA}|=3$. (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Γ:

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ με $|\vec{\beta}|=2$ και $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$

Γ.1] Αν $\vec{a} = (2, \sqrt{5})$ να βρείτε το $|\vec{a}|$. (Μονάδες 4)

Γ.2] Βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ (Μονάδες 5)

Δίνεται επιπλέον ότι $\vec{\gamma} = 2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$

Γ.3] Βρείτε το $|\vec{\gamma}|$. (Μονάδες 8)

Γ.4] Βρείτε την γωνία που σχηματίζουν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\gamma}$. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Δ:

Έστω $\vec{a} = (1, 0)$ και $\vec{b} = (8, -3)$ και διανύσματα $\vec{v}$ και $\vec{u}$ για τα οποία ισχύει:

$$\begin{cases} \vec{v} + \vec{u} = \vec{a} \\ 2\vec{v} - \vec{u} = \vec{a} - \vec{b} \end{cases}$$

- Δ.1]** Να βρείτε το είδος της γωνίας που σχηματίζουν τα διανύσματα $\vec{a}$, $\vec{b}$. **(Μονάδες 3)**
- Δ.2]** Να δείξετε ότι $\vec{v} = (-2, 1)$ και $\vec{u} = (3, -1)$ **(Μονάδες 6)**
- Δ.3]** Εξετάστε αν $\vec{u}$ και $\vec{v}$, είναι παράλληλα. **(Μονάδες 3)**
- Δ.4]** Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{c} = (-7, 3)$, ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{v}$ και $\vec{u}$. **(Μονάδες 7)**
- Δ.5]** Να βρείτε διάνυσμα $\vec{w}$ ομόρροπο του $\vec{v}$, για το οποίο ισχύει $|\vec{w}|^2 - 4|\vec{w}| - 5 = 0$ **(Μονάδες 6)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!