

Διαγώνισμα στα Μαθηματικά Γ ΕΠΑΛ (1^ο Διαγώνισμα)

ΘΕΜΑ Α:

A.1] Δίνεται η ταυτοτική συνάρτηση $f(x)=x$ με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$. Να δείξετε ότι $f'(x)=1, \forall x \in \mathbb{R}$ **(Μονάδες 6)**

A.2] Πότε μια συνάρτηση f ονομάζεται παραγωγίσιμη στο $x_0 \in A_f$; **(Μονάδες 5)**

A.3] Εκφράστε με Σ ή Λ :

α) Μια συνεχής συνάρτηση στο x_0 , είναι υποχρεωτικά και παραγωγίσιμη στο x_0 .

β) Ισχύει ότι $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

γ) $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

δ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = k$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |k|$.

ε) Η συνάρτηση $f(x)=|x|$ είναι παραγωγίσιμη στο $x_0=0$.

(Μονάδες 10)

A.4] Να συμπληρώσετε τα κενά:

α) $(\sin x)' = \dots\dots\dots$

β) $(\sqrt{x})' = \dots\dots\dots$

γ) $(x^3 + 5x)' = \dots\dots\dots$

δ) $(2x + \varepsilon \phi x)' = \dots\dots\dots$

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ Β:

Β.1] Υπολογίστε τα όρια:

α) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+5}{x^2-6}$

β) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-4x+3}{x^2-9}$

γ) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x^2-1}$

δ) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^2+x+6}{x^2-4}$

ε) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3\sqrt{x}-3}{1-\sqrt{x^2}}$

στ) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-\sqrt{2+x}}{x^2-5x+6}$

(Μονάδες 15)

Β.2] Να βρείτε τις παραγώγους:

α) $f(x) = 5x + \frac{1}{3}x^3$

β) $f(x) = 3 + \eta\mu\pi - \frac{1}{2}x$

$$\gamma) f(x) = \sqrt{3} \cdot x + \eta \mu x$$

$$\delta) f(x) = x \sin x$$

$$\varepsilon) f(x) = x^3 \cdot \frac{1}{\eta \mu x}$$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Γ:

Γ.1] Δίνεται η συνάρτηση :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{3x+4}-4}{x-4}, & x \in \left[-\frac{4}{3}, 4\right) \cup (4, +\infty) \\ 2\alpha^2 + \alpha - \frac{5}{8}, & x = 4 \end{cases}$$

Να βρείτε το α , ώστε η f να είναι συνεχής στο $x_0=4$.

(Μονάδες 13)

Γ.2] Δίνεται η $f(x) = x^2 - 2x + 2$

i) Να βρείτε τις f' και f'' .

ii) Υπολογίστε την παράσταση $A=f'(3)+f''(2021)$

iii) Να δείξετε ότι $f'(x)+f''(x)=2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$

(Μονάδες 12=3+4+5)

ΘΕΜΑ Δ:

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = 8x \cdot \sqrt{x-4}$,

$$g(x) = \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x + 2022$$

Δ.1] Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{\sqrt{x^2+12}}$ **(Μονάδες 5)**

Δ.2] Να δείξετε ότι: $\frac{g'(-2)+g''(2)}{2} = 2$ **(Μονάδες 7)**

Δ.3] Υπολογίστε το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(3+h)-g(3)}{h}$ **(Μονάδες 6)**

Δ.4] Να δείξετε ότι $f(20) - 8g''(2) = 552$. **(Μονάδες 7)**

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!