

Διαγώνισμα στα Μαθηματικά Γ ΕΠΑΛ (3^ο Διαγώνισμα)**ΘΕΜΑ Α:**

A.1] Έστω $f(x)$ και $g(x)$ δύο παραγωγίσιμες συναρτήσεις σε κάθε σημείο x του κοινού πεδίου ορισμού τους. Να αποδείξετε ότι

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x) \quad (\text{Μονάδες 6})$$

A.2] Εκφράστε με Σ ή Λ :

α) Ισχύει $(\sqrt{f(x)})' = \frac{1}{2\sqrt{f(x)}}$

β) Αν η f έχει όριο στο x_0 και $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = k$, τότε και

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (v \cdot f(x)) = v \cdot k$$

γ) Κάθε τοπικό μέγιστο, είναι μεγαλύτερο από κάθε τοπικό ελάχιστο.

δ) Ισχύει ότι $(\sqrt{\eta\mu x})' = \frac{\sigma\upsilon\nu x}{2\sqrt{\eta\mu x}}$

ε) Αν ένα σώμα κινείται ευθύγραμμα και η θέση του δίνεται από την παραγωγίσιμη συνάρτηση $x(t)$, τότε η επιτάχυνση του τη χρονική στιγμή t_0 , θα είναι $x'(t_0)$. **(Μονάδες 10)**

A.3] Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=x^2-3x$. Να μελετήσετε την μονοτονία της f στο πεδίο ορισμού της. **(Μονάδες 6)**

A.4] Συμπληρώστε τα παρακάτω κενά:

α) $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dots\dots\dots$

β) $(C \cdot f(x))' = \dots\dots\dots$

γ) $(f(g(x)))' = \dots\dots\dots$

(Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ Β:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+6x+7}{x-1}, x \neq 1 \\ a-2, x=1 \end{cases} \quad a \in \mathbb{R}$

B.1] Βρείτε την παράσταση $k = \left[(f(2) - f(0))^2 + f(-1) \right] : \sqrt{100}$

(Μονάδες 6)

B.2] Υπολογίστε το όριο: $\lim_{x \rightarrow k} \frac{x^2+6x-7}{x-1}$

(Μονάδες 6)

B.3] Βρείτε την τιμή του a , ώστε η f συνεχής στο $x_0=1$.

(Μονάδες 5)

B.4] Υπολογίστε το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h)-9}{h}$

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Γ:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 2022$

Γ.1] Υπολογίστε τον ρυθμό μεταβολής της f , ως προς x , για $x_0=1$.

(Μονάδες 5)

Γ.2] Να μελετήσετε την f ως προς μονοτονία και ακρότατα. (Μονάδες 8)

Γ.3] Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της cf' στο σημείο $M(2,-1)$.

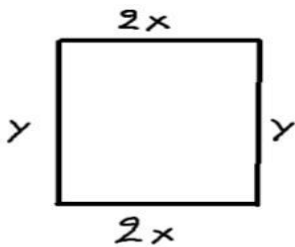
(Μονάδες 7)

Γ.4] Να αποδείξετε ότι $f(x) \geq 2022$

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Δ:

Ένα παράθυρο στο σχολείο μας, έχει το εξής σχήμα:



το παράθυρο έχει περίμετρο 30 μέτρα.

- Δ.1]** Να γράψετε την πλευρά y , ως συνάρτηση του x . (Μονάδες 6)
- Δ.2]** Να βρείτε τη συνάρτηση $E(x)$, που εκφράζει το εμβαδόν του παραθύρου και το πεδίο ορισμού της. (Μονάδες 8 (6+2))
- Δ.3]** Βρείτε τον ρυθμό μεταβολής του εμβαδού, ως προς x , για $x=2$. (Μονάδες 6)
- Δ.4]** Να βρείτε για ποια τιμή του x , το εμβαδόν του παραθύρου θα είναι το μέγιστο δυνατό. (Μονάδες 5)

Καλή επιτυχία!!!