

Άλγεβρα Β' Λυκείου

5^ο Διαγώνισμα
(Εκθετική και Λογαριθμοί)

Θέμα 1^ο

A1 Εκφράστε με $\geq$ ή $<$:

- i) Η $f(x) = 3^x$ έχει σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$
- ii) Λογύει ότι $\log_a \theta_1 - \log_a \theta_2 = \frac{\log_a \theta_1}{\log_a \theta_2}$
- iii) Η $f(x) = \sqrt{2}^x$ είναι γνησίως αύξουσα
- iv) Το πεδίο ορισμού της $f(x) = \ln(x^2 + 7)$, είναι όλο το $\mathbb{R}$.
- v) Η $f(x) = e^x$ δεν τέμνει ποτέ τον $y'y$.

(Μονάδες 10)

A2 Αν $\theta_1, \theta_2 > 0$ και $a > 0, a \neq 1$, να αποδείξετε ότι

$$\log_a \theta_1 + \log_a \theta_2 = \log_a (\theta_1 \cdot \theta_2) \quad (\text{Μονάδες 6})$$

A.3 $\log_{\frac{1}{2}} x = 3$. Βρείτε το x . (Μονάδες 3)

A4 Συμπληρώστε με $>$ ή $<$ ή $=$:

i) $\log_4 \frac{1}{3} \dots 0$ ii) $\ln e \dots 1$ iii) $e^x \dots 0$

iv) $\log_{\frac{1}{2}} 5 \dots 0$ v) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{5} \dots 0$ vi) $\log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{7} \dots 1$

(Μονάδες 6)

Θέμα 2^ο :

B1 Λύστε τις εξισώσεις :

$$\begin{array}{lll} \alpha) 3^{2x-1} = 9^{2x+7} & \beta) 5^{x^2-5x+6} = 1 & \gamma) 3^{x-2} = -1 \\ \delta) 4^{n/x} = \sqrt{4} & \epsilon) 9^{\frac{x+1}{2x}} = 27^{\frac{3x-1}{3}} & \end{array}$$

(Μοράδες 15)

B2 Λύστε τις εξισώσεις

$$\begin{array}{l} \text{i)} 2^{2x+1} + 2^{x+2} = 16 \\ \text{ii)} 3^{x+2} + 5 \cdot 3^x + 3^{x-1} - 3^{x-2} = 128 \\ \text{iii)} 6 \cdot 3^{2x} - 13 \cdot 6^x + 6 \cdot 2^{2x} = 0 \end{array}$$

(Μοράδες 15)

Θέμα 3^ο :

Γ1 Να αποδείξετε ότι :

$$\text{i)} \log 3 + 2\log 4 - \log 12 = \log 4$$

$$\text{ii)} 3\log 2 + \log 5 - \log 4 = 1$$

$$\text{iii)} \frac{\log 81 + \log 16}{\log 9 + \log 4} = 2$$

(Μοράδες 15)

Γ2 Λύστε τις εξισώσεις

$$\text{i)} \log 2x + \log 3 = \log 36$$

$$\text{ii)} e^x = 5$$

$$\text{iii)} \ln x = 1$$

$$\text{iv)} \log(x+1) + 2\log\sqrt{7x} = 3$$

(Μοράδες 10)

Θέμα Δ^{ov}:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x-1)$

Δ1 | Βρείτε το Af (Μονάδες 3)

Δ2 | Βρείτε σημεία τομής (αν υπάρχουν), της cf με τον $x'x$ (Μονάδες 5)

Δ3 | Λύστε την εξίσωση $f(x) = 1$ (Μονάδες 6)

Δ4 | Λύστε την εξίσωση $f(e^x) + f(e^x - 2) = 3\ln 2$ (Μονάδες 6)