

ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ (Προσομοίωση εξέτασης)

6^ο Διαγώνισμα
εφ' όλης της ύλης

by "infomath anelixis"

Θέμα Α:

A1 Έστω $ax^2+bx+\gamma=0$, με $a \neq 0$ και $\Delta \geq 0$.

Έστω x_1, x_2 οι 2 άνισες ή ίσες πραγματικές ρίζες της εξίσωσης.
Να αποδείξετε ότι:

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$P = x_1 x_2 = \frac{\gamma}{a} \quad (\text{Μονάδες 8})$$

A2 Εκφράστε με Σ ή Π :

α) Για το άθροισμα των n πρώτων όρων γεωμετρικής προόδου ισχύει $S_n = a_n \frac{1^n - 1}{1 - 1}$, με $1 \neq 1$

β) Αν η εξίσωση $x^n = a$ έχει 2 λύσεις, τότε αυτό σημαίνει ότι ο n είναι άρτιος και ο $a > 0$.

γ) Το τριώνυμο $ax^2+bx+\gamma$ με $a \neq 0$ και $\Delta < 0$, διατηρεί το πρόσημο του a , $\forall x \in \mathbb{R}$

δ) Η ευθεία $y = ax + b$, τέμνει τον $x'x$ στο σημείο $A(b, 0)$

ε) Ισχύει ότι η $f(x) = \frac{x^2+3}{\sqrt{x-1}}$, έχει πεδίο ορισμού $A_f = [1, +\infty)$

(Μονάδες 10)

A3 Έστω $a, b \in \mathbb{R}$ και ισχύει $a \cdot b = 4$ και $a^2 b + a b^2 = 20$

α) Να αποδείξετε ότι $a + b = 5$

β) Να κατασκευάσετε εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες a και b
(Μονάδες 7)

Θέμα Β (Τ. Θ. Δ. Δ 2^ο ΘΕΜΑ) 1249

Δίνεται αριθμητική πρόοδος (a_n) με $a_1 = 19$ και $a_{10} - a_6 = 24$

B1 / Να αποδείξετε ότι $\omega = 6$ (Μονάδες 7)

B2 / Βρείτε τον όρο a_{20} (Μονάδες 6)

B3 / Βρείτε το άθροισμα των 20 πρώτων όρων S_{20} (Μονάδες 7)

B4 / Λύστε την εξίσωση $(x-1)^2 - 5|x-1| + \omega = 0$
(Μονάδες 5)

Θέμα Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + x + 1$ και $g(x) = |x - 3|$

Γ1 / Βρείτε τα πεδία ορισμού A_f και A_g (Μονάδες 4)

Γ2 / Να βρείτε ποτέ η f είναι πάνω απ' τον $x'x$ (Μονάδες 5)

Γ3 / Να βρείτε τα διαστήματα των x για τα οποία η (g, f) είναι κάτω απ' την ευθεία $\varepsilon: y = 1$ (Μονάδες 5)

Γ4 / Αν $x \in \Delta$ με Δ το διάστημα που προκύπτει στο (Γ3) και $2 < z < 5$, προσδιορίστε μεταξύ ποιων τυχόν εμφανίζεται η ποσότητα:

i) $x - z$ ii) $\frac{x}{z}$ (Μονάδες 6)

Γ5 / Δίνεται η εξίσωση $f(x) - 5x + 3 = \lambda(4x - 3)$

i) φέρτε την στη μορφή $ax^2 + bx + \gamma = 0, a \neq 0$

ii) για ποιες τιμές του λ , έχει 2 αντισεπαραγωγικές ρίζες
(Μονάδες 5)

Θέμα Δ : (Τ.Θ.Δ.Δ 4^ο ΘΕΜΑ) 12941

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{9-x^2}{3-|x|}$

Δ1 / Βρείτε το πεδίο ορισμού A_f (Μονάδες 6)

Δ2 / Να δείξετε ότι η f αντιστοιχείται σε $f(x) = 3 + |x|$
 $\forall x \in A_f$ (Μονάδες 5)

Δ3 / Να βρείτε τα σημεία τομής (αν υπάρχουν), της C_f με τους άξονες (Μονάδες 6)

Δ4 / Αν $g(x) = 3 - x^2$, να δείξετε ότι οι C_f και C_g , έχουν ένα μόνο κοινό σημείο. (Μονάδες 8)

Καλή επιτυχία !!!