

Θέμα Α :

A.1 | Μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, αν και μόνο αν:

A. $f(x_0) = 0$ B. $f(x_0) = x_0$ Γ. υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$

Δ. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ Ε. $f(x_0) \neq 0$

Κυκλώστε την σωστή απάντηση (Μονάδες 4)

A.2 | Τι ονομάζουμε στατιστική; (Μονάδες 5)

A.3 | Έστω οι παρατηρήσεις x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 με μέση τιμή $\bar{x} = 3$ και $S = 2$.

Οι παρατηρήσεις $3x_1 + 5, 3x_2 + 5, 3x_3 + 5, 3x_4 + 5, 3x_5 + 5$ έχουν μέση τιμή $\bar{y} =$; και τυπική απόκλιση $S_y =$; (Μονάδες 3)

A.4 | Εκφράστε με $\leq$ ή $\wedge$

α) Λοχύει ότι $(f(g(x)))' = f'(g(x)) g'(x)$

β) Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται μόνο για ποσοτικές μεταβλητές

γ) Λοχύει ότι $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g'(x)$

δ) Η μέση τιμή επηρεάζεται από ακραίες παρατηρήσεις (Μονάδες 8)

A.5 | Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της ταυτοτικής συνάρτησης $f(x) = x$ είναι $f'(x) = 1$ (Μονάδες 5)

Θέμα Β :

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{5x^2 - 3x - 2}{x-1}, & x \neq 1 \\ 7, & x = 1 \end{cases}$

και η συνάρτηση $g(x) = x^2 - 2x - 3$.

B1 Να αποδείξετε ότι η f είναι συνεχής στο $x_0 = 1$ (Μον 6)

B2 Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x)}{\sqrt{2x+3} - 3}$ (Μονάδες 6)

B3 Να μελετήσετε την μονοτονία και τα ακρότατα της g (Μονάδες 6)

B4 i) Να υπολογίσετε την παράσταση

$$K = ((f(1))^2 - 6 \cdot 8)^{2022} + \sqrt{(g(0))^2} + 2016 + f(0)$$

ii) Υπολογίστε το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(1+h) - g(1)}{h}$ (Μονάδες 7)
(3+4)

Θέμα Γ :

Οι μαθητές της Γ' Λυκείου του φροντιστηρίου "informatics analysis" ρωτήθηκαν πόσες ώρες την εβδομάδα, βρίσκονται και μελετούν μέσα στο site του φροντιστηρίου και τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα:

ώρες	x_i	v_i	f_i	N_i	F_i
$[0, 2)$		2			
$[2, 4)$				14	
$[4, 6)$					0,75
$[6, 8)$		α	0,15		
$[8, 10)$					
Σύνολο	—			—	—

$$\alpha = 2 \cdot \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x^2 + 4}{x^2 - 4x + 4}$$

Γ1 Να δείξετε ότι $\alpha = 6$ (Μονάδες 5)

Γ2 Συμπληρώστε τον πίνακα (Μονάδες 7)

Γ3 Βρείτε το ποσοστό των μαθητών που αφιερώνουν τουλάχιστον 3 ώρες στο site (Μονάδες 5)

Γ4 Βρείτε την διαίρεση δ και την μέση τιμή $\bar{x}$
(Μονάδες 7)

Θέμα Δ:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}, & x \geq 0 \text{ και } x \neq 1 \\ \frac{\delta}{2}, & x = 1 \end{cases}$

με δ την διαίρεση ενός δείγματος παρατηρήσεων που ακολουθεί περίπου κανονική κατανομή.

Δ1 Αν η f συνεχής, να υπολογίσετε την $\bar{x}$ (Μονάδες 7)

Δ2 Αν S η τυπική απόκλιση του δείγματος, λούζται με την θέση του ελαχίστου της συνάρτησης $h(x) = x^2 - 4x + 8, x \in \mathbb{R}$, να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές. (Μονάδες 5)

Έπειτα ζωγραφίστε την καμπύλη συχνοτήτων της κατανομής με όλες τις τιμές της. (Μονάδες 2)

Δ3 Βρείτε το ποσοστό των παρατηρήσεων που βρίσκονται στο διάστημα $(6, 12)$ (Μονάδες 4)

Δ4 Αν πάνω απ' την τιμή $R+2$ βρίσκονται 6 παρατηρήσεις, να βρεθεί το μέγεθος του δείγματος N (Μονάδες 4)

Δ5 Βρείτε την Eh στο σημείο $M(1, h(1))$. (Μονάδες 3)