



Μαθηματικά Γ' ΕΠΑ.Λ

1^ο Διαγώνισμα
2022-2023

ΘΕΜΑ Α:

A1 Πότε μία συνάρτηση ονομάζεται συνεχής στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της; (Μονάδες 6)

A2 Εκφράστε με \exists ή \forall :

α) Ένα τοπικό ελάχιστο μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού A_f , μπορεί να είναι μεγαλύτερο από ένα τοπικό μέγιστο της.

β) Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x} + x^2 - 5$, έχει $A_f = \mathbb{R}$

γ) Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αυξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) > f(x_2)$

δ) Ισχύει $\lim_{x \rightarrow -3} (-x-7) = -10$

ε) Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και είναι $k \in \mathbb{R}$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |k|$ (Μονάδες 10)

A3 Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = k$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \lambda$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot g(x) = \underline{\hspace{2cm}}$ (Μονάδες 3)



A4 | Βρείτε το Af των συναρτήσεων

a) $f(x) = \frac{3}{x-1}$ β) $f(x) = \sqrt{x-1} + 5$ γ) $f(x) = \frac{2x^3}{1-|x|}$

δ) $f(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{x-9}$ ε) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$ στ) $f(x) = \frac{13}{x^2+5}$
(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 1$

B1 | Υπολογίστε την παράσταση $\Pi = \frac{f(0) + f(-1) - f(3)}{4f(1)}$
(Μονάδες 5)

B2 | Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 3}{x + 4}$ (Μονάδες 4)

B3 | Αν $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 10}{x - 3} = \lambda + 2$, υπολογίστε το λ (Μονάδες 7)

B4 | Λύστε την εξίσωση $\lambda \cdot (x - 4) = 2x - 3(4 - x)$, για το λ του B3
(Μονάδες 5)

B5 | Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1}$ (Μονάδες 4)



ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2x^3 - 5x - 6}{x - 2}, & x \neq 2 \\ 19, & x = 2 \end{cases}$$

Γ1/ Υπολογίστε την παράσταση

$$A = (f(2) - 3 \cdot 6)^7 + \eta\mu^2 x + \sigma\upsilon\nu^2 x - (f(0))^2 \quad (\text{Μονάδες } 6)$$

Γ2/ Υπολογίστε το όριο της f στο σημείο $x_0 = 2$
(Μονάδες 7)

Γ3/ Εξετάστε αν η f είναι συνεχής στο σημείο $x_0 = 2$
Δικαιολογήστε την απάντησή σας. (Μονάδες 6)

Γ4/ Αν $\forall x \neq 2$, έχουμε την συνάρτηση $g(x) = (x - 2) \cdot f(x)$
Λύστε την εξίσωση $g(x) = 0$ (Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}, & x \neq 3 \\ a + 4, & x = 3 \end{cases}$$





Δ1 Υπολογίστε την τιμή του $a \in \mathbb{R}$, για την οποία η f είναι συνεχής στο $x_0=3$. (Μονάδες 10)

Δ2 Έστω η συνάρτηση $g(x) = -ax + 7$

- i) Βρείτε τα σημεία τομής της g με τους άξονες x και y .
- ii) Βρείτε πότε η g είναι καίρια συνάρτηση $x \rightarrow y$. (Μονάδες 8)

Δ3 Υπολογίστε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow -\frac{7}{2}} \frac{g(x)}{x + \frac{7}{2}}$$

(Μονάδες 7)