

Μαθηματικά Γ' ΕΠΑ.Λ

2^ο Διαγώνισμα
2022-2023

by "infomath-anelaxis"

Θέμα Α :

A1 | Πότε μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού A_f , ονομάζεται παραγωγίσιμη στο $x_0 \in A_f$ (Μονάδες 5)

A2 | Να αποδείξετε ότι για την συνάρτηση $f(x) = x^2$, $x \in \mathbb{R}$, ισχύει ότι $f'(x) = 2x$ (Μονάδες 7)

A3 | Εκφράστε με Σ ή Λ τις προτάσεις:

α) Ισχύει ότι $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

β) Μια συνεχής συνάρτηση στο x_0 , είναι και παραγωγίσιμη στο x_0 .

γ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = k$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \lambda$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (3f(x) + g^2(x)) = 3k + \lambda^2$

δ) Ισχύει ότι $(\sqrt{x^2 + 1})' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 1}}$

ε) Αν $f'(x_0) = 0$, τότε η f στο x_0 , έχει σίγουρα ακρότατο (Μονάδες 10)

A4 Συμπληρώστε τα κενά:

α) $(\tan x)' = \text{--- -- -- --}$, $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$

β) $(\sqrt{5})' = \text{--- -- -- --}$

γ) $\left(\frac{1}{x}\right)' = \text{--- -- -- --}$, $x \neq 0$

(Μονάδες 3)

Θέμα Β:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^2 + bx + \gamma$, $b, \gamma \in \mathbb{R}$

Η ευθεία $\varepsilon: y = 3x - 15$ εφαπτεται στην Γ_f στο σημείο $M(2, f(2))$

B1 Βρείτε τις τιμές των b και γ (Μονάδες 7)

B2 Βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x)}{\sqrt{x^2+3} - 2}$ (Μονάδες 7)

B3 Υπολογίστε το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(2+h) - f'(2)}{h}$ (Μονάδες 5)

B4 Βρείτε την $\varepsilon\Gamma_f$ στο σημείο $A(0, f(0))$ (Μονάδες 6)

Θέμα Γ:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 6x^2 + ax - 7$, $a \in \mathbb{R}$
και ισχύει ότι $2f''(x) + f'(x) + 15 = 3x^2$

Γ1 / Να αποδείξετε ότι $a = 9$ (Μονάδες 6)

Για $a = 9$

Γ2 / Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1}$ (Μονάδες 5)

Γ3 / Βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της C_f , η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία (5): $y = -3x + 2022$.
(Μονάδες 8)

Γ4 / Υπολογίστε την παράσταση:

$$\Pi = g(0) + (\eta \mu^2 x + \sigma \upsilon \nu^2 x)^3 + f'(1) - g'(1)$$

$$\text{με } g(x) = \sqrt{x^2 + 1}, x \in \mathbb{R} \quad (\text{Μονάδες 6})$$

Θέμα Δ:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + x^2 - 5x - 1$

Δ1 / Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία και τα ακρότατα. (Μονάδες 6)

Δ2 / Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της $(f'$ στο σημείο $A(1, f'(1))$. (Μονάδες 6)

Δ3 / Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f(\sqrt{5})$ και $f(\sqrt{7})$.
Αιτιολογήστε την απάντησή σας. (Μονάδες 4)

Δ4 / Να συγκρίνετε τους αριθμούς $f'(-\frac{1}{6})$ και $f'(-\frac{1}{12})$.
Αιτιολογήστε την απάντησή σας. (Μονάδες 5)

Δ5 / Δίνεται η ευθεία (Σ): $y = (f(3) - f(2) - 2f'''(x) + 1) \cdot x + 2023$
Να αποδείξετε ότι η (Σ) είναι παράλληλη στην εφαπτομένη του ερωτήματος (Δ2). (Μονάδες 4)

Καλή Επιτυχία!!!