

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ο.Π Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

2^ο Διαγώνισμα 2022-2023
by "infomath anelaxis"

27/11/2022

ΘΕΜΑ Α :

A1/ Δίνεται ένα διάνυσμα $\vec{AB}$ και M το μέσο του.
Να αποδείξετε ότι για ένα τυχαίο σημείο αναφοράς O , ισχύει:

$$\vec{OM} = \frac{\vec{OA} + \vec{OB}}{2}$$

(Μονάδες 5)

A2/ Εκφράστε με Σ ή Λ τις παρακάτω προτάσεις:

- Δύο αντίθετα διανύσματα έχουν ίσα μέτρα.
- Αν $\triangle AB\Gamma$ ισοσκελές τρίγωνο με βάση $B\Gamma$, τότε $\vec{AB} = \vec{A\Gamma}$
- Ισχύει ότι $\vec{i} \cdot \vec{j} = 0$, με $\vec{i}, \vec{j}$ τα μοναδιαία διανύσματα.
- Αν $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$, τότε G είναι βαρύκεντρο του $\triangle AB\Gamma$.
- Ισχύει ότι $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}{\vec{a} \cdot \vec{b}}$

(Μονάδες 10)

A3/ Δίνονται τα σημεία $A(1,3)$
 $B(2,5)$
 $\Gamma(-1,4)$
 $\Delta(3,-2)$

- i) Βρείτε τα διανύσματα $\vec{AB}$ και $\vec{\Gamma\Delta}$ (Μονάδες 4)
- ii) Βρείτε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{AB} \cdot \vec{\Gamma\Delta}$ (Μονάδες 3)
- iii) Βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης του διανύσματος $\vec{\Gamma\Delta}$ (Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ Β: (ΤΘΔΔ 15825)

Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{b}$ με $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=4$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$ και το $\vec{\gamma} = \vec{a} - \vec{b}$

- α) Να υπολογίσετε το εσωτερικό γινόμενο $\vec{a} \cdot \vec{b}$ (Μονάδες 8)
- β) Να αποδείξετε ότι $\vec{a} \cdot \vec{\gamma} = 0$ (Μονάδες 10)
- γ) Βρείτε την γωνία $(\vec{a}, \vec{\gamma})$ (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Γ:

Δίνονται τα σημεία $A(1,2)$, $B(-1,1)$ και $\Gamma(2,4)$

- α) Βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{AB}$ και $\vec{A\Gamma}$ (Μονάδες 4)
- β) Να δείξετε ότι τα A, B, Γ είναι κορυφές τριγώνου (Μονάδες 6)
- γ) Αν μ μέσο του $B\Gamma$, βρείτε τις συντεταγμένες του διανύσματος $\vec{AM}$ (Μονάδες 6)



**infomath
anelixis**

ΚΟΥΜΟΥΝΔΟΥΡΟΥ 2, ΚΑΡΔΙΤΣΑ

δ) Βρείτε σημείο Δ, ώστε το ΑΒΓΔ να είναι παραλληλόγραμμο
(Μονάδες 6)

ε) Γράψτε το διάνυσμα $\vec{\alpha}=(-4,1)$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{AB}, \vec{AI}$
(Μονάδες 3)

Θέμα Δ:

Δ1 Αν $\vec{\alpha}=(-1,2)$ και $\vec{\beta}=(2,-2)$, βρείτε τις συντεταγμένες των δ/των

i) $2\vec{\alpha}+3\vec{\beta}$

ii) $4\vec{\beta}$

iii) $\vec{\alpha}-3\vec{\beta}$

(Μονάδες 9)

Δ2 Αν $|\vec{k}|=1, |\vec{l}|=1$ και $(\vec{k}, \vec{l}) = \frac{2\pi}{3}$

και $\vec{u}, \vec{v}$ διανύσματα τέτοια ώστε $\vec{u}=4\vec{k}+2\vec{l}$ και $\vec{v}=\vec{l}-\vec{k}$, υπολογίστε:

i) $\vec{k} \cdot \vec{l}$

ii) $|\vec{u}|=;$ $|\vec{v}|=;$

iii) $\vec{u} \cdot \vec{v}=;$

iv) $(\vec{u}, \vec{v})=;$

(Μονάδες 16)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!