

ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

4^ο Διαγωνισμός
by infomath anelixis
2022-2023

ΘΕΜΑ Α:

A1 Εκφράστε με Σ ή Π :

- α) Κάθε σταθερό πολυώνυμο ($\neq 0$), έχει βαθμό 0.
 β) Η $f(x) = 1^x$, είναι εκθετική συνάρτηση.
 γ) Η $f(x) = (k+3)^x$, είναι γνησίως αύξουσα, μόνο αν $k > -2$.
 δ) Ο βαθμός του γινόμενου 2 μη μηδενικών πολυωνύμων, είναι ως προς με το γινόμενο των βαθμών, αυτών των πολυωνύμων.
 ε) Το πολυώνυμο $P(x) = 2x^2 - x + 4$, έχει παράγοντα το $x+2$.
 (Μονάδες 10)

A2 Λύστε τις εξισώσεις

α) $e^{2x-1} = e^{-x+4}$

β) $3^{5x-4} = 1$

γ) $2^{5x+7} = \frac{1}{2}$

δ) $e^{x^2-4x} = e^{P(x)}$

όπου $P(x) = x^2 - 5x - 3$

(Μονάδες 12)

A3 Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x^2 - 7x + 5$

α) Εξετάστε αν έχει άκεραίες ρίζες. (Μονάδες 4)

β) Λύστε την εξίσωση $e^{P(x)} = e^5$ (Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ Β :

B1 Λύστε τις

α) $4^{2x} = 32$

β) $9^{2x+1} = 27$

γ) $5^{x^2-9} = 1$

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ:

δ) $2^{2x} - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$

ε) $9^x - 8 \cdot 3^x + 9 = 0$

(Μονάδες 10)

B2 Λύστε τις ανισώσεις:

α) $3^{x-1} > 9$

β) $e^x \leq 1$

γ) $\left(\frac{1}{e}\right)^{2x-3} < \left(\frac{1}{e}\right)^{5x-1}$

δ) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} < 8$

ε) $7^{x^2-5x+6} \geq 1$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Γ:

Θεωρούμε το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - (3a-3) \cdot x + 2a-2$, το οποίο έχει παράγοντα το $x-1$.

Γ1/ Να βρείτε τις τιμές του a . (Μονάδες 6)

Γ2/ Για το a που βρήκατε, λύστε την εξίσωση $P(x)=0$. (Μονάδες 6)

Γ3/ Να κάνετε την διαίρεση του $P(x)$ με το x^2-3x-4 και να γράψετε τη σχετική ταυτότητα διαίρεσης. (Μονάδες 6)

Γ4/ Λύστε την ανίσωση $P(x) > 10x+14$ (Μονάδες 7).

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = a \cdot 2^x + b$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Η CF διέρχεται απ' τα σημεία $A(1,3)$ και $B(2,13)$

Δ1/ Να αποδείξετε ότι $a=5$ και $b=-7$ (μην τα θεωρήσετε δεδομένα, να το αποδείξετε) (Μονάδες 7)

Δ2/ Να βρείτε το κοινό σημείο της CF , με τον $y'y$ (Μονάδες 5)

Δ3/ Λύστε την ανίσωση $f(x) > -7$ (Μονάδες 4)

Δ4/ Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 3x^3 - x + 2$

υπολογίστε την παράσταση

$$K = 3 \cdot P(0) - P(f(1)). \quad (\text{Μονάδες 9})$$

... Καλή Επιτυχία!!!