

6^ο Διαγωνισμός
2022-2023
 by "infomath-anelaxis"

Άλγεβρα Α' Λυκείου

ΘΕΜΑ Α

A1 | Να δώσετε τον ορισμό της συνάρτησης. (Μονάδες 5)

A2 | Δίνεται η αριθμητική πρόοδος:

(α_n): 2, 5, 8, 11, ... και η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 5x$

i) α₁ = ; ω = ; (Μονάδες 2)

ii) α₂₀ = ; S₂₀ = ; (Μονάδες 4)

iii) Af = ; (Μονάδα 1)

iv) f(ω) = ; (Μονάδες 3)

A3 | Εκφράστε με Σ ή Α:

i) Η συνάρτηση $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$, έχει Af = (1, +∞)

ii) Σε κάθε αριθμητική πρόοδος ισχύει α₇ - α₅ = 2ω.

iii) Για το άθροισμα των ν πρώτων όρων μιας αριθμητικής
 προόδου ισχύει $S_n = \frac{n}{2} [2\alpha_1 + n \cdot \omega]$ (Μονάδες 6)

A4 Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 5x - 3$.

- i) Υπολογίστε την παράσταση $k = f(0) + (f(1))^2 - 15^0$
- ii) Εξετάστε αν ο αριθμός 4 ανήκει στο σύνολο τιμών της συνάρτησης f . (Μονάδες 9)
(4+5)

ΘΕΜΑ Β :

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 - 1}$$

B1 Βρείτε το πεδίο ορισμού A_f . (Μονάδες 4)

B2 Να απλοποιήσετε τον τύπο της f . (Μονάδες 6)

B3 Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 1$ (Μονάδες 4)

B4 Να λύσετε την ανίσωση $f(|x|) < 1$ (Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x + 1$

Γ1 Υπολογίστε το άθροισμα $S = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(40)$.
(Μονάδες 7)

Γ2 Έστω η συνάρτηση

$$g(x) = \begin{cases} f(x), & x \geq 0 \\ -x^2 - 3x, & x < 0 \end{cases}$$

- i) Υπολογίστε την τιμή $g(-2)$.
- ii) Λύστε την εξίσωση $f(x) = 0$.

(Μονάδες 7)
(3+4)

Γ3 Έστω η αριθμητική πρόοδος (a_n) : 3, 6, 9, 12, ...

- i) $a_7 = ?$
- ii) Αν θεωρήσουμε τη συνάρτηση $h(x) = x^2 - a_3 \cdot x + (2 \cdot a_4 - a_1)$ να εξετάσετε αν το 5 ανήκει στο σύνολο τιμών της $h(x)$. (Μονάδες 11)
(3+8)

ΘΕΜΑ Δ

Δ1 Να βρείτε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων:

$$i) f(x) = \frac{5x-3}{\sqrt{x^2-4x+3}}$$

$$ii) f(x) = \frac{4x^2-9}{4x^2-8x+3}$$

$$iii) f(x) = \sqrt{|x|-3}$$

$$iv) f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x-7}$$

$$v) f(x) = \frac{\sqrt{x+9}}{|x|-5}$$

(Μονάδες 10)

Δ2 Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2-x-6}$$

α) Βρείτε το πεδίο ορισμού ΑΡ (Μονάδες 5)

β) Να δείξετε ότι $f(2) + f(4) = 0$ (Μονάδες 5)

γ) Απλοποιήστε την f και λύστε την ανίσωση
 $|f(x)| \leq 1$ (Μονάδες 5)