



5^ο Διαγώνισμα 'Άλγεβρα Β'

2022-2023
by "infomath anelixis"

ΘΕΜΑ Α :

A1 | Αν $a \in (0,1) \cup (1,+\infty)$ και $\theta_1, \theta_2 > 0$
να αποδείξετε ότι:

$$\log_a \theta_1 + \log_a \theta_2 = \log_a (\theta_1 \cdot \theta_2)$$

(Μονάδες 6)

A2 | Εκφράστε με Σ ή Π :

α) Η συνάρτηση $f(x) = a^x$ με $a > 1$, είναι γνησίως φθίνουσα στο $\mathbb{R}$.

β) Ο αριθμός $\log_{\frac{1}{5}} 3$ είναι θετικός.

γ) Λοχύει ότι $\log_{100} 2 = 2$

δ) Η συνάρτηση $f(x) = \log_a x$ έχει πεδίο ορισμού το $[0, +\infty)$

ε) Λοχύει ότι $\log_4 8 = \frac{3}{2}$

(Μονάδες 10)

A3 | Αν $0 < a \neq 1$, τότε $\forall x \in \mathbb{R}$ και $\theta > 0$, να συμπληρώσετε τα κενά:

i) $\log_a a = \dots$

ii) $\log_a 1 = \dots$

iii) $a^{\log_a \theta} = \dots$

(Μονάδες 9)



ΘΕΜΑ Β :

B₁ | Δίνεται η εκθετική συνάρτηση $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$

- i) Ποιο είναι το πεδίο ορισμού της;
- ii) Ποιο είναι το σύνολο τιμών της;
- iii) Πότε είναι γνησίως αύξουσα και πότε γνησίως φθίνουσα;
- iv) Ποιο είναι το σημείο τομής της f με τον άξονα $y'y$;

(Μονάδες 12)

B₂

α) ΤΘΔΔ (15687)

Δίνεται η παράσταση $A = \log_4 3 + \log_4 a - \log_4 b$
 $a, b > 0$

- i) να δείξετε ότι $A = \log_4 \frac{3a}{b}$
- ii) Αν $3a = 16b$, βρείτε την τιμή της παράστασης A .
 (Μονάδες 8)

ΤΘΔΔ: (15816)

β) Δίνονται οι αριθμοί $k = 2^m$, $\lambda = 2^n$, $\mu = 2^p$

- i) Να δείξετε ότι $2\lambda = k + \mu$
- ii) Να δείξετε ότι $\lambda + \mu = 5 \cdot k$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ Γ :

Γ1 Λύστε τις εξισώσεις:

$$α) \left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} = \left(\frac{4}{3}\right)^{x-5}$$

$$β) 9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$$

$$γ) 3^{x^2-3x} = \frac{1}{9}$$

$$δ) 7^{x^4-13x^2+36} = 1$$

$$ε) \log(2x-3) = 1$$

$$στ) \log(2x-1) + 2\log 2 = \log(5-x)$$

$$ζ) e^{x-1} = 2$$

$$η) \ln(x-1) = 1 \quad (\text{Μονάδες 16})$$

Γ2 Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \ln(e^x - 1)$$

α) Βρείτε το πεδίο ορισμού ΑΡ

β) Βρείτε τα σημεία τομής της CF με τον x'x.

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Δ :

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln\left(\frac{3-x}{3+x}\right)$

Δ1 | Να βρείτε το ΑΡ και να δείξετε ότι η f είναι
περιττή. (Μονάδες 6)

Δ2 | Λύστε την εξίσωση $f(x) = \ln 2$
(Μονάδες 5)

Δ3 | Να βρείτε το πρόσημο των αριθμών
 $f\left(\frac{1}{3}\right), f(2), f(-2)$ (Μονάδες 6)

Δ4 | Υπολογίστε την παράσταση :

$$K = f(2) + f(-2) + f(0) + f\left(\frac{1}{3}\right)$$

(Μονάδες 3)