



Μαθηματικά Γ' ΕΠΑ.Λ

6^ο Διαγώνισμα
by "infomath anelaxis"

ΘΕΜΑ Α :

A1 Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = x^2$ είναι $f'(x) = 2x$. (Μονάδες 5)

A2 Τι ονομάζεται σταθμικός μέσος και ποιος ο τύπος του; (Μονάδες 4)

A.3 Συμπληρώστε τα παρακάτω κενά :

Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -2$, τότε i) αν $g(x) = 3f(x) - 4$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \dots$

ii) αν $g(x) = \frac{2f(x) - 1}{7 - 2f(x)}$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \dots$

iii) αν $g(x) = f^2(x) - 5$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \dots$

(Μονάδες 6)

A.4 Εκφράστε με Σ ή Π :

i) Λοχτεί ότι $(\epsilon\phi x)' = \frac{1}{\sin^2 x}$

ii) Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες, τότε $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

- iii) Ο συντελεστής μεταβολής CV ενός δείγματος, είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης των τιμών του δείγματος
- iv) Σε μία κανονική κατανομή, στο διάστημα $(\bar{x}-s, \bar{x}+s)$, βρίσκεται το 95% των παρατηρήσεων. Όπου $\bar{x}$ η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση.
- v) Αν f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις, τότε ισχύει για την σύνθετη συνάρτηση $f(g(x))$ ότι:
- $$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x) \quad (\text{Μονάδες 10})$$

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται 10 παρατηρήσεις:

2, 4, 0, 1, $k+1$, 2, 4, 3, 5, k με $k \in \mathbb{R}$ και μέση τιμή $\bar{x}$

B1 Να υπολογίσετε τον αριθμό k (Μονάδες 6)

B2 Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + (k-1)x + 7$

i) Να βρείτε την $f'(x)$

ii) Να μελετήσετε την μονotonία της f (Μονάδες 8)
(3+5)

B3 Να υπολογίσετε την διάμεσο δ και τη διακύμανση s^2 των παρατηρήσεων. (Μονάδες 6)

B4 Αν όλες οι παρατηρήσεις τριπλασιαστούν και έπειτα μειωθούν κατά 2, βρείτε τη μέση τιμή $\bar{y}$, των νέων παρατηρήσεων που θα προκύψουν. (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = ax^3 + bx^2 - 15x + 7$, $a, b \in \mathbb{R}$.
Αν η C_f δέχεται στο σημείο $M(1, 0)$ εφαπτομένη, η οποία είναι παράλληλη στον $x'x$.

Γ1 / Να υπολογίσετε τα a και b . (Μονάδες 8)

Για $a = -1$ και $b = 9$

Γ2 / Μελετήστε την f ως προς μονotonία (Μονάδες 6)

Γ3 / Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της C_f στο σημείο $M(1, 0)$ (Μονάδες 5)

Γ4 / Να αποδείξετε ότι για κάθε $x \in \mathbb{R}$, ισχύει ότι

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h} - 15 = -3(x-2)^2$$

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ο πίνακας που εξετάζει το πλήθος μαθητών του φροντιστηρίου infomath-anelixis τα τελευταία $V=10$ έτη.

Πλήθος μαθητών	Πλήθος ετών V_i	X_i	N_i	f_i	F_i
$[0, 20)$	3				
$[20, 40)$	1				
$[40, 60)$	2				
$[60, 80)$	3				
$[80, 100)$	1				
Σύνολο		—	—	—	—

Η συνάρτηση $P(x) = x^2 - 40x$, δείχνει το καθαρό κέρδος ή ζημία του φροντιστηρίου, αν έχει x μαθητές σε κάποιο έτος λειτουργίας του.

Δ1 Βρείτε το καθαρό κέρδος του φροντιστηρίου αν έχει κάποια χρονιά, $x=50$ μαθητές. (Μονάδες 4)

Δ2 Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow 4\omega} \frac{P(x)}{x-4\omega}$, όπου ω η υποστεινόνσα ορθογωνίου τριγώνου με κάθετες πλευρές $a=6\text{cm}$ και $b=8\text{cm}$. (Μονάδες 6)

Δ3] • Να συμπληρώσετε τον πίνακα.

- Να βρείτε τον μέσο όρο $\bar{x}$, του πλήθους μαθητών του φροντιστηρίου τα 10 πρώτα χρόνια λειτουργίας του.
- Να κάνετε το ιστόγραμμα - πολύγωνο $F_i\%$ και να βρείτε κατά προσέγγιση την διάμεσο d . (Μονάδες 9)

Δ4] Βρείτε το πλήθος μαθητών x για το οποίο η συνάρτηση $P(x)$, γίνεται ελάχιστη.

Τι 'αυτό το πλήθος μαθητών το φροντιστήριο παρουσιάζει κέρδη ή ζημιές; (Μονάδες 4)

Δ5] Από ποιο πλήθος μαθητών και έπειτα το φροντιστήριο αρχίζει να έχει κέρδη.
Πόσα έτη το φροντιστήριο είχε ζημία; (Μονάδες 2)

Καλή επιτυχία !!!