

Άλγεβρα Α' Λυκείου

1^ο διαγώνισμα 2023-24
by infomath anelixis
Καρίτσα: 05/11/2023

Θέμα Α

A1 Δίνεται η πρόταση:

"Μπορώ να αφαιρέσω κατά μέλη 2 ανισότητες."

α) Η παραπάνω πρόταση είναι Αληθής ή Ψευδής; (Μονάδες 2)

β) Δικαιολογήστε την απάντησή σας, με ένα παράδειγμα.
(Μονάδες 2)

A2 Να δώσετε τον ορισμό της απόλυτης τιμής, ενός πραγματικού αριθμού a .
(Μονάδες 5)

A3 Να αποδείξετε ότι $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$, με $a, b \in \mathbb{R}$.
(Μονάδες 6)

A4 Εκφράστε με Σ ή Π

α) Αν $A = \{1, 3, 5\}$ και $B = \{2, 4, 5, 6\}$

τότε: i) $A - B = \{1, 3\}$ (Μονάδες 2)

ii) $A \cap B = \emptyset$ (Μονάδες 2)

iii) $B - A = B$ (Μονάδες 2)

β) Αν $a > b$ και $\gamma < 0$, τότε $a \cdot \gamma < b \cdot \gamma$ (Μονάδες 2)

γ) Η εξίσωση $|x - 2| = 7$, έχει 2 λύσεις (Μονάδες 2)

Θέμα Β (Τράπεζα Θεμάτων)

Β1 Αν $2 \leq x \leq 3$ και $1 \leq y \leq 2$, να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών κυμαίνεται η τιμή κάθε μίας εκ των παραστάσεων

α) $x+y$

β) $2x-3y$

γ) $\frac{x}{y}$

(Μονάδες 15)
(3+6+6)

Β2 Έστω η παράσταση

$$A = |x-1| - |x-2|$$

α) Αν $1 < x < 2$, να απλοποιήσετε την παράσταση A
(Μονάδες 5)

β) Αν $x < 1$, να δείξετε ότι η παράσταση A , είναι σταθερός αριθμός (ανεξάρτητος του x).
(Μονάδες 5)

Θέμα Γ

Γ1 Δίνονται οι παραστάσεις $A = a^2 + 4a + 5$

$$\text{και } B = (2b+1)^2 - 1 \quad a, b \in \mathbb{R}$$

α) Να δείξετε ότι για κάθε $a, b \in \mathbb{R}$, ισχύει ότι $A > 0$.
(Μονάδες 5)

β) i) Να δείξετε ότι $A+B \geq 0$ (Μονάδες 5)

ii) Αν $A+B=0$, υπολογίστε τις τιμές των a και b (Μονάδες 4)

Γ2 Έστω α και β , οι τιμές που ερήματε στο ερώτημα [(Γ1)(βχι)].

A) Να λύσετε τις εξισώσεις

i) $|x + \alpha| = 3$

ii) $|x - \beta| = \frac{1}{2}$

iii) $|2x + 4| = -\alpha$

iv) $|x^3 + 7| = \beta$

(Μονάδες 8)

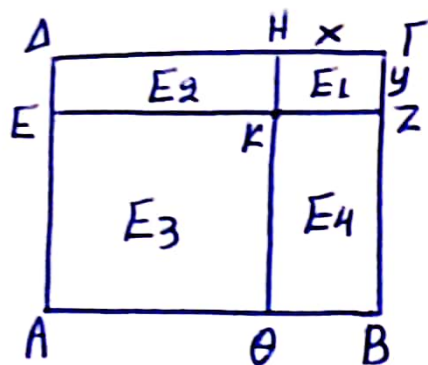
B) Υπολογίστε την παράσταση

$$K = (-1)^3 - (-1)^8 + 13^0 + |\alpha + 2\beta|$$

(Μονάδες 3)

Θέμα Δ (Τράπεζα Θεμάτων)

Στο σχήμα το $AB\Gamma\Delta$ είναι τετράγωνο με πλευρά $\omega\eta$ με 6.



και ισχύει ότι

$$H\Gamma = x$$

και

$$\Gamma Z = y$$

$$x, y \in (0, 6)$$

Δ1 Βρείτε τα E_1, E_2, E_3, E_4 (εμβαδά), με χρήση των x, y .
(Μονάδες 6)

Δ2 Αν $x=4$ και $y=2$ υπολογίστε τα εμβαδά E_1, E_2, E_3, E_4 .

(Μονάδες 4)

Δ3 Αν επιπλέον ισχύει ότι $E_1 + E_3 = E_2 + E_4$, να δείξετε ότι

$$xy+9=3(x+y)$$

(Μονάδες 7)

Δ4 | Αν $1 \leq x \leq 2$ και $3 \leq y \leq 5$, να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών κυμαίνεται το εμβαδόν E_2 .

(Μονάδες 8)

Καλή Επιτυχία !!!