

Άλγεβρα Β' Λυκείου

1^ο Διαγώνισμα 2023-24

by infomath anelixis

ΚΑΡΔΙΤΣΑ 05/11/2023

Θέμα Α:

Α1 Έστω μια συνάρτηση f , με πεδίο ορισμού A . Πότε λέμε ότι η f παρουσιάζει ολικό μέγιστο, στο $x_0 \in A$;
(Μονάδες 6)

Α2 Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 3$

- i) Να εξηγήσετε γιατί η f είναι άρτια (Μονάδες 3)
- ii) Τι μετατόπιση της $\varphi(x) = x^2$, έχει υποστεί η f . (Μονάδα 1)
Έπειτα να χαράξετε την C_f . (Μονάδα 1)
- iii) Να αναφέρετε τα διαστήματα μονotonίας και τα ακρότατα της f (με χρήση της C_f) (Μονάδες 3)
- iv) Αν $g(x) = (x-1)^2 + 2$, να αναφέρετε τι μετατόπιση της C_f έχει γίνει, για να προκύψει η C_g . (Μονάδες 3)

Α3 Εκφράστε με Σ ή Π . (Μονάδες 8)

- i) Μια γνησίως μονότονη συνάρτηση, σε ανοιχτό διάστημα Δ , δεν έχει ακρότατα σε αυτό.
- ii) Για μια περιττή συνάρτηση, ισχύει πάντα ότι $f(0) = 0$.
- iii) Αν η ορίζουσα D , ενός γραμμικού συστήματος, είναι ίση με 0, τότε το σύστημα, σίγουρα δεν έχει μοναδική λύση.
- iv) Αν $3 < 5 \iff f(3) > f(5)$, τότε σίγουρα η f είναι γν. αυξουσα

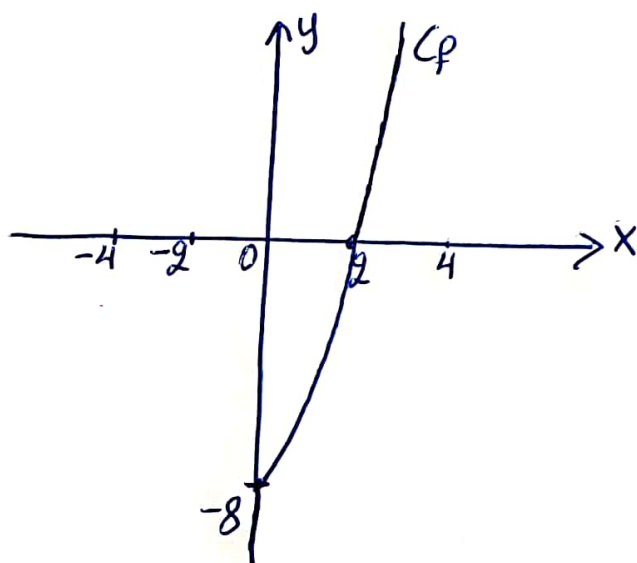
Θέμα Β: (τράπεζα θεμάτων)

Β1 Δίνονται οι ευθείες $\epsilon_1: 2x+y=6$ και $\epsilon_2: x-2y=-2$

α) Να προσδιορίσετε αλγεβρικά το κοινό τους σημείο M .
(Μονάδες 7)

β) Να δείξετε ότι η ευθεία $\epsilon_3: 3x+y=8$, διέρχεται και αυτή από το M .
(Μονάδες 6)

Β2 Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ένα τμήμα της γραφικής παράστασης μιας άρτιας συνάρτησης με πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.



α) Να μεταφέρετε το σχήμα στην κόλλα σας συμπληρώνοντας το κομμάτι της καμπύλης που λείπει.

Αιτιολογήστε. (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε:

i) Τα διαστήματα μονotonίας της f (Μονάδες 4)

ii) Το είδος, την θέση και την τιμή του ακροτάτου, που παρουσιάζει
(Μονάδες 3)

Θέμα Γ:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + 5x + 11$, $x \in \mathbb{R}$.

Γ₁ | Να εξετάσετε αν το σημείο $A(-1, 4)$ ανήκει στην C_f (Μονάδες 4).

Γ₂ | Να μελετήσετε την μονotonία της f , στο $\mathbb{R}$
(Μονάδες 7).

Γ₃ | Αν η $h(x)$, έχει C_h την C_f μετατοπισμένη κατά 1 μονάδα δεξιά και 2 κάτω, τότε να δείξετε ότι
 $h(x) = x^3 - 3x^2 + 8x + 3$ (Μονάδες 6)

Γ₄ | Λύστε το σύστημα
$$\begin{cases} f(-1) \cdot x + 2y = f(0) \\ 2f(-1) \cdot x + 3y = 4 \end{cases}$$

με όποια μέθοδο επιθυμείτε
(Μονάδες 6)

Γ₅ | Να αποδείξετε ότι $\frac{y}{3} + (-5)^0 + x^2 - 2^5 = 0$

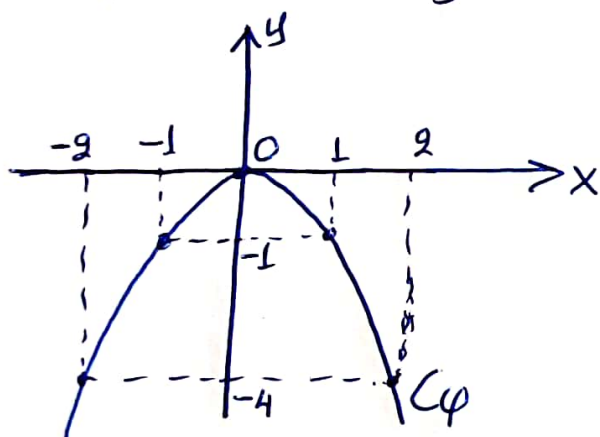
όπου x, y οι αριθμοί της λύσης (x, y) του
συστήματος του (Γ₄)
(Μονάδες 2)

Θέμα Δ: (τράπεζα θεμάτων)

Δίνονται οι συναρτήσεις $\varphi(x) = -x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και
 $f(x) = -x^2 + 2x + 1$, $x \in \mathbb{R}$

Δ1 | Να γράψετε την f στη μορφή $f(x) = -(x-1)^2 + 2$
και έπειτα να αναφέρετε τι μετατόπιση της C_φ έχει
γίνει για να προκύψει η C_f . (Μονάδες 9)
(6+3)

Δ2 | Στο σχήμα δίνεται η C_φ . Στη κόλλα σας μεταφέρετε
το σχήμα και χαράξτε στο ίδιο σύστημα αξόνων και την C_f .



(Μονάδες 4)

Δ3 | Τα παρακάτω ερωτήματα έχουν να κάνουν με την
 C_f .

- i) Βρείτε τα διαστήματα μονotonίας της f . (Μονάδες 4)
- ii) Το ολικό ακρότατο της f , βρείτε το. (Μονάδες 4)
- iii) Βρείτε το πλήθος ριζών της εξίσωσης $f(x) = k$,
για $k > 2$ (Μονάδες 4)

Καλή Επιτυχία !!!