

Μαθηματικά Γ' ΕΠΑΛ

2^ο Διαγώνισμα 2023-24
by infomath anelaxis

Θεμα Α:

Α1 Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $c \cdot f(x)$ είναι $c \cdot f'(x)$ (Μονάδες 6)

Α2 Εκφράστε με Σ ή Π :

α) Αν για μία συνάρτηση ισχύει $f(2) > f(3)$, τότε η f είναι υποχρεωτικά γνησίως φθίνουσα

β) Ισχύει ότι $(\sqrt{5})' = \frac{1}{\sqrt{5}}$

γ) Αν η συνάρτηση v της ταχύτητας ενός κινητού, που εκτελεί ευθύγραμμη κίνηση είναι παραγωγίσιμη, τότε η επιτάχυνση a του κινητού, τη στιγμή t είναι η παράγωγος της ταχύτητας.

δ) Αν οι συναρτήσεις f, g παραγωγίσιμες σε ένα σύνολο A , τότε $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$.

ε) Ισχύει ότι $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot f'(x)$

(Μονάδες 10)

A3/ Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -2$, συμπληρώστε τα κενά

i) $\varphi(x) = 3f(x) - 5$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x) = \dots$

ii) $\varphi(x) = \sqrt{-3f(x) + 19}$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x) = \dots$

iii) $\varphi(x) = \frac{2f(x) - 1}{5 - 3f(x)}$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \varphi(x) = \dots$ (Μονάδες 6)

A4/ Πότε μία συνάρτηση ονομάζεται παραγωγισίμη, στο σημείο x_0 , του πεδίου ορισμού της; (Μονάδες 3)

Θέμα Β : (Μπαρλας Αναστάσιος) $\rightarrow$ (Μικρή αλλαγή)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 - 6x^2 + ax - 7$, $a \in \mathbb{R}$
για την οποία ισχύει ότι $2f''(x) + f'(x) + 15 = 3x^2$, $x \in \mathbb{R}$.

B1/ Να δείξετε ότι $a = 9$ (Μονάδες 5)

B2/ Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1}$ (Μονάδες 6)

B3/ Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της C_f , η οποία είναι παράλληλη στην ευθεία (5): $y = -3x + 2024$ (Μονάδες 6)

B4/ Να βρείτε τα σημεία τομής της εστ του (B3), Α και Β με τους άξονες $x'x$ και $y'y$ αντίστοιχα και το εμβαδόν του τριγώνου ΟΑΒ με Ο, την αρχή των αξόνων. (Μονάδες 8)

Θέμα Γ: (Μηδίουσης Σπύρος)

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^3 + (a-1)x^2 + 6x - b + 1$

Γ₁ Αν η f παρουσιάζει ακρότατο ή σημείο inflexion της παραγωγής στο $x_0 = -1$ και διέρχεται η cf της από το σημείο $M(-1, 3)$, να υπολογίσετε τις τιμές των a και b . (Μονάδες 7)

για $a=7$ και $b=-4$

Γ₂ Να αποδείξετε ότι στο $x_0 = -1$ η f έχει σταθιμο σημείο και όχι ακρότατο, μέσω της μελέτης μονοτονίας της f . (Μονάδες 7)

Γ₃ Να συγκρίνετε τις τιμές $f(-13, 5)$ και $f(2023)$. (Μονάδες 4)

Γ₄ Να βρείτε την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της cf' , στο σημείο με τετμημένη $x_0 = 1$. (Μονάδες 5)

Γ₅ Να δείξετε ότι το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f''(x+h) - f''(x)}{h}$, είναι σταθερό $\forall x \in \mathbb{R}$ και ποια η τιμή του. (Μονάδες 2)



**infomath
anelixis**

ΚΟΥΜΟΥΝΔΟΥΡΟΥ 2, ΚΑΡΔΙΤΣΑ

Θέμα Δ : (Μπιλιούσης Σπύρος)

Ο λογιστής του φροντιστηρίου infomath anelixis, έχει υπολογίσει έναν τύπο: $47t - \frac{16}{100} \cdot 47t$ που δίνει τα έσοδα του φροντιστηρίου για t μαθητές ($t \geq 0$), τον μήνα και τον τύπο $13t + \frac{1}{10} \cdot$ έσοδα για το κόστος λειτουργίας της επιχείρησης, τον μήνα

Δ1 / Βρείτε τα έσοδα του φροντιστηρίου, αν έχει μαθητικό δυναμικό 90 μαθητές. (Μονάδες 4)

Δ2 / Να δείξετε ότι το κέρδος της επιχείρησης δίνεται από τον τύπο $P(t) = 22,532t$ (Μονάδες 6)

Δ3 / Βρείτε το κέρδος του φροντιστηρίου, αν έχει 100 μαθητές. (Μονάδες 3)

Δ4 / Μελετήστε την μονοτονία της συνάρτησης $P(t)$ (Μονάδες 3)

Δ5 / Καταλαβαίνοντας ο λογιστής ότι οι συναρτήσεις λειτουργούσαν μόνο για μικρό πλήθος μαθητών, άλλαξε τη συνάρτηση κέρδους σε $P(t) = -2t^2 + 300t + 10$

Να βρείτε για ποιο πλήθος μαθητών t , το κέρδος γίνεται μέγιστο (Μονάδες 9)



**infomath
anelixis**