

ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

4^ο Διαγώνισμα 2023-2024
by "infomath anelaxis"

ΘΕΜΑ Α

A1 Έστω $ax^2+bx+c=0$, $a \neq 0$ με $\Delta \geq 0$.
Να δείξετε ότι για το άθροισμα των ριζών της ισχύει

$$S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

(Μονάδες 4)

A2 Κατασκευάστε εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες 3 και 7.
(Μονάδες 3)

A3 Εκφράστε με Σωστό ή Λάθος

α) Η ανίσωση $x \geq 3$, είναι αδύνατη

β) Η ανίσωση $|5x-2| < -6$, είναι αδύνατη

γ) Αν το τριώνυμο ax^2+bx+c , διατηρεί πρόσημο στο $\mathbb{R}$,
τότε αυτό σημαίνει ότι $\Delta > 0$.

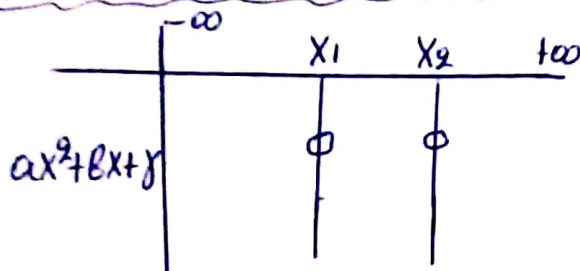
δ) Αν ένα τριώνυμο ax^2+bx+c , έχει 2 ρίζες, τότε μεταξύ
των ριζών του, διατηρεί πρόσημο, ίδιο με το πρόσημο του a .

ε) Το τριώνυμο ax^2+bx+c , με $\Delta < 0$, δεν παραγοντοποιείται.

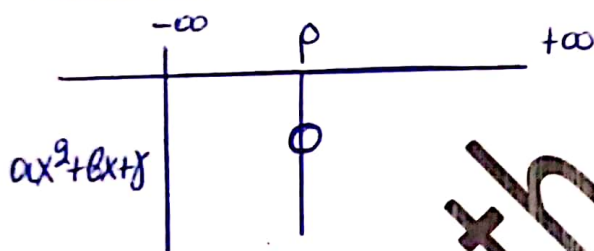
(Μονάδες 10)

A4 Συμπληρώστε τους πίνακες

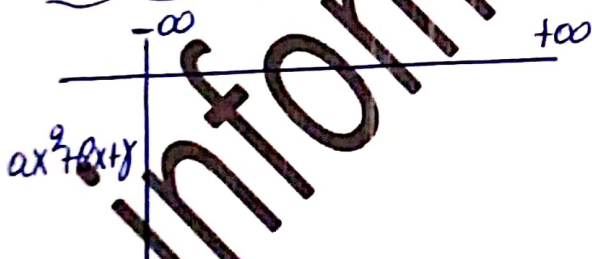
* Αν $\Delta > 0$ και $a < 0$



* Αν $\Delta = 0$ και $a > 0$



* Αν $\Delta < 0$ και $a < 0$



* Συμπληρώστε την πρόταση:

Αν $ax^2 + bx + \gamma$ με $a \neq 0$, τότε το τριώνυμο παραγοντοποιείται
σε: $ax^2 + bx + \gamma = \dots$, με $\Delta > 0$. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Β: ΤΘΔΔ (εμπλουτισμένο θέμα)

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + 4(\lambda - 1) = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$

- B1 | Να βρείτε την διακρίνουσα Δ , της εξίσωσης. (Μονάδες 5)
- B2 | Να εξηγήσετε γιατί, η παραπάνω εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες, για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 4)
- B3 | Να βρείτε το άθροισμα S και το γινόμενο P , των ριζών x_1, x_2 ως συνάρτηση του λ . (Μονάδες 4)
- B4 | Βρείτε τιμές του λ , ώστε $S = P$ (Μονάδες 4)
- B5 | Βρείτε τιμές λ ώστε $|S + P| \leq 5$ (Μονάδες 5)
- B6 | Να δείξετε ότι $S^2 + P^2 = 4 \cdot (5\lambda^2 - 8\lambda + 4)$, $\forall \lambda \in \mathbb{R}$ (Μονάδες 3)

ΘΕΜΑ Γ:

Γ1 | Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

- $2x^2 - x - 6 \leq 0$
- $|x - 1| < 2$

(Μονάδες 6)

Γ2 | Να λύσετε την εξίσωση i) $x^4 - 4x^2 + 3 = 0$
και την εξίσωση ii) $\sqrt{x^2 - 8x + 16} = 5$ (Μονάδες 6)

Γ3/ Έστω x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 - 2x - 5 = 0$

α) Βρείτε το άθροισμα S και το γινόμενο P , των ριζών της, αφού εφασφαλίσετε ότι ούτως έχει ρίζες. (Μονάδες 3)

β) Λύστε την ανίσωση $|2x - 1| \leq S^2 - 2 \cdot P + S^3 - 3 \cdot P \cdot S + 1$

(Μονάδες 3)

γ) Κατασκευάστε εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες $P_1 = 2x_1$ και $P_2 = 2x_2$ (Μονάδες 4)

Γ4/ α) Παραγοντοποιήστε το τριώνυμο $3x^2 - 2x - 1$

και έπειτα απλοποιήστε την παράσταση: $A = \frac{x-1}{3x^2-2x-1}$

β) Λύστε την εξίσωση: $|A| = 1$

γ) Λύστε την εξίσωση

$$3x^2 - 2|x| - 1 = 0$$

(Μονάδες 8)

(3+3+2)

ΘΕΜΑ Δ: (Σ. Δ. Δ)

Δίνεται η εξίσωση (1): $x^2 - 4(1+\lambda)x + 4+3\lambda = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$

Δ1/ Να αποδείξετε ότι $\Delta = 16\lambda^2 + 20\lambda$. (Μονάδες 5)

Δ2/ Να βρείτε για πολες τιμές του λ , η εξίσωση (1), έχει 2 αιώλες πραγματικές ρίζες. (Μονάδες 6)

Δ3/ Αν x_1, x_2 οι ρίζες για τα λ του (Δ2), υπολογίστε τα S και P ως συνάρτηση του λ . (Μονάδες 4)

Δ4/ Να αποδείξετε ότι η παράσταση $A = (4x_1 - 3) \cdot (4x_2 - 3)$ είναι ανεξάρτητη του λ , δηλαδή σταθερός αριθμός. (Μονάδες 5)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ !!!

ΜΠΙΛΙΟΥΣΗΣ ΣΠΥΡΙΔΩΝ - ΣΤΑΥΡΑΚΟΥΔΗ ΦΩΤΕΙΝΗ