

ΑΛΓΕΒΡΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

5^ο Διαγώνισμα
 2023-2024

by infomath anelisis

ΘΕΜΑ Α :

A1 Τι ονομάζεται συνάρτηση;

(Μονάδες 5)

A2 Να εκφράσετε με Σ ή Π :

α) Το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \frac{5x-3}{\sqrt{x^2+3}}$, είναι

$$A_f = \mathbb{R}.$$

β) Για να βρούμε τα κοινά σημεία της C_f με την ευθεία $y=1$, θα λύσουμε την εξίσωση $f(x)=1$.

γ) Το συμμετρικό σημείο A , ενός σημείου $M(3, -1)$, ως προς τον $y'y$, είναι $A(3, 1)$.

δ) Αν μια συνάρτηση έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$, τότε υποχρεωτικά έχει και σύνολο τιμών το $\mathbb{R}$.

ε) Δεν υπάρχουν σημεία της C_f με ίδια τετμημένη.

(Μονάδες 10)

A3 Δίνεται η αριθμητική πρόοδος $(a_n): 3, 5, 7, 9, 11, \dots$

α) $a_1 = ;$ $\omega = ;$

β) $a_{40} = ;$

γ) Βρείτε το άθροισμα S_{50} , των 50 πρώτων όρων της προόδου

(Μονάδες 10)

Θέμα Β: Τ.Θ.Δ.Δ (14681)

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1, & x < 0 \\ 2x + 2, & x \geq 0 \end{cases}$$

B1 | Βρείτε το ΑΡ. (Μονάδες 3)

B2 | Υπολογίστε τις τιμές $f(3)$, $f(-3)$ και $f(0)$ (Μονάδες 6)

B3 | Λύστε την εξίσωση $f(x) = 8$ (Μονάδες 6)

Θέμα Γ:

Γ1 | Υπολογίστε τα πεδία ορισμού των συναρτήσεων

α) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{4}x$ στ) $f(x) = \frac{\sqrt{x-3}}{x-7}$

β) $f(x) = \frac{4x-3}{|x|-3}$ ζ) $f(x) = \frac{\sqrt{2x-10}}{x-15}$

γ) $f(x) = \sqrt{x^2-5x+6} + 11$

δ) $f(x) = \frac{4x-3x^3}{\sqrt{x^2-9}}$ η) $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x+3}-2}$

ε) $f(x) = \frac{|2x-1|}{x^2-4x+3}$ (Μονάδες 16)

Γ2 | Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{x^2-5|x|+6}{|x|-3}$$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού ΑΡ, της συνάρτησης f . (Μονάδες 3)

β) Να απλοποιήσετε την συνάρτηση f και να λύσετε την εξίσωση $(f(x)+2)^2 - 4f(x) - 5 = 0$ (Μονάδες 9)

γ) Δίνεται η εξίσωση $g(x) = 2x$
 Να υπολογίσετε το άθροισμα $g(1) + g(2) + g(3) + \dots + g(59) + g(60)$
 (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Δ Τ.Θ.Δ.Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x^2 - x + (1-\lambda^2)}$

Δ1 Βρείτε την διακρινούσα Δ , του τριωνύμου $x^2 - x + (1-\lambda^2)$ και εξηγήστε γιατί η εξίσωση $x^2 - x + (1-\lambda^2) = 0$, έχει πραγματικές ρίζες για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$ (Μονάδες 10)

Δ2 Για ποια τιμή του λ η εξίσωση $x^2 - x + (1-\lambda^2) = 0$, έχει διπλή ρίζα; (Μονάδες 6)

Δ3 Βρείτε λ , ώστε η συνάρτηση f , να έχει Ap , όλο το $\mathbb{R}$. (Μονάδες 7)

Δ4 Για το λ , του Δ2, εξετάστε αν οι τιμές της f που δημιουργείται,

$f(0), f(2), f(3)$ είναι διαδοχικοί αριθμοί αριθμητικής προόδου ή όχι.

Δικαιολογήστε την απάντηση.
 (Μονάδες 2)

Καλή Επιτυχία !!!