

ΑΛΓΕΒΡΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ4^ο Διαγώνισμα
2023-2024by "infomath anelixis"
ΚΑΡΔΙΤΣΑΘΕΜΑ Α:

A1 | Να αποδείξετε ότι κατά την διαίρεση ενός πολυωνύμου $P(x)$, με ένα πολυώνυμο $x-p$, το υπόλοιπο ισούται με $P(p)$.
(Μονάδες 6)

A2 | Δίνονται τα πολυώνυμα:

$$P(x) = x^2 + 3x - 1$$

$$Q(x) = 3x + 5$$

$$R(x) = -x^2 - 3x + 7$$

Βρείτε τα πολυώνυμα:

α) $P(x) + R(x)$

β) $P(x) \cdot Q(x)$

γ) $P(Q(x))$

δ) $Q(Q(x))$

ε) $2Q(x) - R(x)$ (Μονάδες 10)

A3 | Εκφράστε με Σωστό ή Λάθος:

α) Το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - x^2 + x - 1$, έχει παράγοντα το $x+1$.β) Η εξίσωση $x^5 - 3x + 1 = 0$, δεν έχει ακέραιες ρίζες.

γ) Αν $P(x)$ έχει βαθμό μ και $Q(x)$ έχει βαθμό ν , τότε το πολυώνυμο $P(x)+Q(x)$ έχει βαθμό $\mu+\nu$.

δ) Το σταθερό πολυώνυμο έχει βαθμό 0.

ε) Το υπόλοιπο της διαίρεσης $(x^5-3x^2+1):(x+2)$ είναι ίσο με -43 .
(Μονάδες 10)

A4 Δίνεται το πολυώνυμο

$$P(x) = 2x^3 - x^2 + 3x + 5$$

α) Υπολογίστε την τιμή της παραστάσης:

$$A = P(-1) + P(0) + 3 \cdot P(1) - 7 - (-1)^{14}$$

β) Βρείτε το υπόλοιπο και το πηλίκο της διαίρεσης $P(x):(x-3)$, με σχήμα Horner
(Μονάδες 8)

A5 Δίνονται τα πολυώνυμα:

$$P(x) = k^2 \cdot x^3 + (k-6) \cdot x^2 + 5$$

και

$$Q(x) = (7k-6) \cdot x^3 + (k^2-36)x^2 + 2k-7$$

Βρείτε τιμή/ες του $k \in \mathbb{R}$, ώστε

$$P(x) = Q(x)$$

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Β : Τ.Θ.Δ.Δ (15040)

Δίνεται η εξίσωση $x^3 - 7x + 6 = 0$

- B1] Εξετάστε αν έχει παράγοντα το $x-1$. (Μονάδες 4)
- B2] Με τη βοήθεια του σχήματος Horner, να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης $(x^3 - 7x + 6) : (x-1)$ και να γράψετε την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης. (Μονάδες 6)
- B3] Λύστε την εξίσωση $x^3 - 7x + 6 = 0$. (Μονάδες 5)
- B4] Λύστε την ανίσωση $x^3 - 7x + 6 \leq 0$. (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Γ :

Δίνεται το πολώνυμο: $P(x) = 2x^3 - x^2 + ax + b$

- * Αν το $P(x)$ έχει παράγοντα το $x-2$ και
 - * Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x-1)$ είναι ίσο με -3 ,
- τότε :

- Γ1] Να αποδείξετε ότι $a = -8$ και $b = 4$. (Μονάδες 6)
- Γ2] Υπολογίστε την παράσταση $K = \sqrt{P(0)} - P(3) + 4 \cdot P(-1)$. (Μονάδες 5)

Γ3 / Λύστε την εξίσωση $P(x)=0$. (Μονάδες 7)

Γ4 / Λύστε την εξίσωση $2\eta\eta^3x + \sigma\upsilon\nu^2x - 8\eta\mu x + 3 = 0$
(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Δ: Τ.Θ.Δ.Δ 15431.

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = 2x^3 + ax^2 + bx - 5$, $x \in \mathbb{R}$

Δ1 / i) Αν το πολυώνυμο έχει παραγοντα το $x-1$
και το υπόλοιπο της διαίρεσης του με το $x-2$, είναι -1
να καταλήξετε στο σύστημα:
$$\begin{cases} 2a+b=-6 \\ \text{και} \\ a+b=3 \end{cases}$$

ii) Να δείξετε ότι $a=-9$ και $b=12$ (Μονάδες 8)
(4+4)

Δ2 / Για $a=-9$ και $b=12$, να βρείτε τα διαστήματα
των x , για τα οποία η γραφική παράσταση της $P(x)$
είναι κάτω από τον x ' x (Μονάδες 7)

Δ3 challenge: υπολογίστε το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{P(x)}{x^2-1}$
(bonus 5 μονάδες)