

Άλγεβρα Β' Λυκείου :

5^ο Διαγωνισμός 2023-2024
by infomath anelaxis

ΘΕΜΑ Α :

A1 Αν $\theta > 0$ και $a > 0$ και $a \neq 1$ και $k \in \mathbb{R}$
να αποδείξετε ότι

$$\log_a \theta^k = k \cdot \log_a \theta$$

(Μοράδες 6)

A2 Εκφράστε με $\leq$ ή $\geq$ ή $=$:

- i) Λοχύνει ότι $\log_a \theta_1 + \log_a \theta_2 = \log_a \theta_1 \cdot \log_a \theta_2$
- ii) Η $f(x) = \sqrt{3}^x$ είναι γνησίως αύξουσα.
- iii) Το πεδίο ορισμού της $f(x) = \ln(x^2 + 5)$, είναι όλο το $\mathbb{R}$
- iv) Η $f(x) = \ln x$, τέμνει τον άξονα $y'y$.
- v) Λοχύνει ότι $\log 40 - 2\log 2 = 1$

(Μοράδες 10)

A3 Συμπληρώστε με $>$ ή $<$ ή $=$

i) $\log_4 \frac{1}{5} \dots 0$

iii) $\log_{\frac{1}{3}} 1 \dots 0$

v) $5^x \dots 0$

ii) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{7} \dots 0$

iv) $\log_{0,2} 6 \dots 0$

vi) $\log_5 4 \dots 0$

(Μοράδες 12)

A4 Δίνεται ο λογαριθμικός

$$\log_{\frac{1}{3}} x = 3 \quad \text{Υπολογίστε το } x \quad (\text{Μονάδες } 3)$$

A5 Λύστε τις εξισώσεις:

α) $5^{2x-1} = 25^{2x+7}$

β) $3^{x^2-4x} = 1$

γ) $4^{\sin x} = \sqrt{4}$

δ) $2^{2x+1} + 2^{x+2} = 16$

ε) $e^{x^2-2} = -1$

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Β: (50% 1.1)

Δίνεται η παράσταση $A = \log_4 3 + \log_4 a - \log_4 b$, με $a > 0$
 $b > 0$

B1 Να αποδείξετε ότι $A = \log_4 \frac{3a}{b}$ (Μονάδες 8)

B2 Αν ισχύει ότι $3a = 16b$, να υπολογίσετε την τιμή της A
(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(x-3)$

Γ1 Βρείτε το πεδίο ορισμού της f και χαράξτε την C_f (Μονάδες 6)

Γ2 Λύστε την εξίσωση $f(x) = \ln(8-2x)$ (Μονάδες 5)

Γ3 Λύστε την εξίσωση $f(x) = 0$ (Μονάδες 5)

Γ4 Να δείξετε ότι $f(4) + 2f(5) + f(7) - \ln 8 = \ln 2$ (Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ Δ : (ΤΟΔΔ)

Δ1 Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \log 20$ και $\beta = \log 50$.

Να αποδείξετε ότι:

α) $\beta + \alpha = 3$

β) $\ln(\beta + \alpha) > 1$ (Μονάδες 8)

Δ2 Δίνεται το πολυώνυμο:

$$P(x) = (\log_2 8) \cdot x^3 + (4\log_2 \sqrt{2}) \cdot x^2 - (4\log_2 1) + 1990$$

α) Να αποδείξετε ότι $\log_2 8 + 2\log_2 \sqrt{2} - \log_2 1 = 4$ (Μονάδες 7)

β) Να υπολογίσετε το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x-2)$ (Μονάδες 5)