

Άλγεβρα Β' Λυκείου

6^ο Διαγώνισμα
2023-2024
by infomath anelaxis

Θέμα Α

A1 Πότε μια συνάρτηση f , καλείται *μηνησίως φθίνουσα* στο διάστημα Δ , του πεδίου ορισμού της. (Μονάδες 6)

Επειτα να αποδείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = -x^3 - 5x$, είναι *γνησίως φθίνουσα* στο $\mathbb{R}$. (Μονάδες 4)

A2 Το πολυώνυμο $P(x)$, έχει παράγοντα το $x - p$, αν και μόνο αν, το p είναι ρίζα του $P(x)$.
Να αποδειχθεί η παραπάνω πρόταση (Μονάδες 5)

A3 Εκφράστε με $\leq$ ή $\wedge$:

α) Ισχύει ότι $\log \theta_1 + \log \theta_2 = \log \theta_1 \cdot \log \theta_2$

β) Το πολυώνυμο $P(x) = x^5 + x^4 - x + 1$, δεν έχει ακέραιες ρίζες.

γ) Ισχύει ότι $\eta \mu^2 \omega + \frac{1}{1 + \epsilon \rho^2 \omega} = 1$

δ) Αν $D \neq 0$, τότε ένα σύστημα γραμμικό 2×2 έχει μοναδική λύση.

ε) Για κάθε περιττή συνάρτηση, ισχύει $f(0)=0$
(Μονάδες 10)

Θέμα Β (Τ.Θ.Δ.Δ) (15248)

Ένα πολυώνυμο $P(x)$ διαίρεται με το πολυώνυμο $2x-1$, δίνει πηλίκο x^2-2 και υπόλοιπο 1.

B1) Να βρείτε το πολυώνυμο $P(x)$. (Μονάδες 8)

B2) Αν $P(x) = 2x^3 - x^2 - 4x + 3$, να αποδείξετε ότι το $P(x)$ έχει ρίζα το 1 και να γράψετε την συνίστοια της διαίρεσης $P(x) : (x-1)$. (Μονάδες 5)

B3) Λύστε την εξίσωση $P(x) = 0$ (Μονάδες 6)

B4) Λύστε την ανίσωση $P(x) \leq 0$ (Μονάδες 6)

Θέμα Γ:

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2 + \eta\mu(14\pi + 5x) + 5\theta\eta\epsilon$

Γ1) Να απλοποιήσετε τον τύπο της f και να δείξετε ότι το σύνολο τιμών της είναι $f(A) = [6, 8]$ (Μονάδες 8)

Γ2 Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 7$ (Μονάδες 6)

Γ3 Λύστε την εξίσωση $\ln(x-3) = f(\pi)$ (Μονάδες 5)

Γ4 Λύστε την εξίσωση $f(x) = P(x) + \ln e^2 + \frac{3}{2}$ (Μονάδες 6)
με $P(x) = x^3 - 4x + 4$

Θέμα Δ (ΤΘΔΔ) 18110

Δ1 i) Να λύσετε την εξίσωση $x \cdot (e^x - 1) = 0$
ii) Να βρείτε το πρόσημο του γινόμενου $x \cdot (e^x - 1)$
(Μονάδες 9)

Δ2 Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x \cdot (e^x - 1)}$

i) Βρείτε το πεδίο ορισμού A_f (Μονάδες 4)
ii) Υπολογίστε τις τιμές $f(0)$, $f(\ln 2)$, $f(\ln \frac{1}{2})$ (Μονάδες 7)
iii) Παρατηρήστε ότι $\ln \frac{1}{2} < \ln 2 \Rightarrow f(\ln \frac{1}{2}) < f(\ln 2)$

Μπορούμε με σιγουρία να πούμε ότι η f είναι γνησίως
αύξουσα στο A_f της; Δικαιολογήστε (Μονάδες 5)