

Διαγωνισμός Μαθηματικά Γ'ΕΠΑ.Λ

6^ο Διαγωνισμός
2023-2024
by "infomath anelixis"

Θέμα Α:

A1 Αν f μια παραγωγίσιμη συνάρτηση σε ένα σύνολο A ,
να αποδείξετε ότι:

$$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$$

όπου $c \in \mathbb{R}, x \in A$

(Μονάδες 7)

A2 Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A_f . Πότε λέμε
ότι η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 \in A_f$.

(Μονάδες 4)

A3 Εκφράστε με "Σωστό" ή "Λάθος":

α) Σε μια κανονική κατανομή, στο διάστημα $(\bar{x}-s, \bar{x}+s)$,
βρίσκεται το 95% των παρατηρήσεων.

β) Λοχύει ότι $(\sqrt{3})' = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

γ) Έστω συνάρτηση f , παραγωγίσιμη στο (a, b) και $x_0 \in (a, b)$.
Αν $f'(x_0) = 0$, τότε η f παρουσιάζει στο x_0 υποχρεωτικά, ακρότατο.

δ) Η διακύμανση (s^2), είναι μέτρο διασποράς.

ε) Αν x_i είναι τιμή μιας μεταβλητής ποσοτικής, τότε η αθροιστική σχετική συχνότητα F_i , εκφράζει το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μικρότερες ή ίσες, της τιμής x_i .
(Μονάδες 10)

A4 Συμπληρώστε τα κενά :

i) $v_1 + v_2 + \dots + v_k = \dots$

ii) $(f(g(x)))' = \dots$

iii) $(\eta\mu x)' = \dots$

iv) $CV = \dots$

(Μονάδες 4)

Θέμα Β: Μια έρευνα που έγινε μετά το Πάσχα, σε N άτομα, αφορά τα επίπεδα ολικής χοληστερόλης στο αίμα, μετά το πρωινό τραπέζι.

Χοληστερόλη	x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	a_i
$[150, 200)$		K			
$[200, 250)$			$3K$		
$[250, 300)$		$K^2 + 4$			
$[300, 350)$		$K^2 - 2K$	40		
Σύνολο	—		—		

B1 Υπολογίστε το K .
(Μονάδες 5)

B2 Συμπληρώστε τον πίνακα. (Μονάδες 6)

- B3 | Βρείτε πόσα άτομα έχουν χοληστερίνη, τουλάχιστον 200. (Μονάδες 4)
- B4 | Σε όσα άτομα βρέθηκε χοληστερίνη, τουλάχιστον 275, θα χορηγηθεί χαίτη. Πόσα είναι αυτά τα άτομα (Μονάδες 5)
- B5 | Να βρεθεί κατά προσέγγιση η διάμεσος d , και να γίνει το κυκλικό διάγραμμα. (Μονάδες 5)
(2+3)

Θέμα Γ: Δίνονται οι συναρτήσεις:

- $f(x) = x^2 + 4x$
- $g(x) = x^3 - 9x$

Γ1 | Να μελετήσετε τη μονοτονία της συνάρτησης g . (Μονάδες 6)

Γ2 | Έστω ένα δείγμα που ακολουθεί κανονική κατανομή. Αν το 50% των παρατηρήσεων βρίσκεται πάνω από την τιμή $f'(3)$ και το 16% των παρατηρήσεων βρίσκεται πάνω από την τιμή $g'(3)$, να βρείτε:

- $\bar{x} = ; S = ;$ (Μονάδες 7)
- $R = ; CV = ;$ (Μονάδες 2)
- είναι το δείγμα ομοιογενές; (Μονάδα 1)

Γ3 Υπολογίστε τα όρια:

i) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{f(x)}{x^2 - 16}$

ii) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(2+h) - 3}{h^2 + h}$

(Μονάδες 7)
(3+4)

Γ4 Βρείτε την εφαπτομένη της CF , στο σημείο $A(1, f(1))$
(Μονάδες 2)

Θέμα Δ:

Δίνονται οι παρατηρήσεις: 15, $a+9$, 14, 19, $8a+1$, 18, 10, 16
οι οποίες έχουν μέση τιμή $\bar{x}=15$.

και επίσης δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{a}{x}$, με $x \in (0, +\infty)$.

Δ1 Να αποδείξετε ότι $a=2$. (Μονάδες 5)

Δ2 Να βρείτε τον συντελεστή μεταβολής CV (Μονάδες 7)

Δ3 Να βρείτε, αν το δείγμα που προκύπτει αν αυξησω τις παρατηρήσεις κατά 2, είναι ομοιογενές ή όχι. (Μονάδες 5)

Δ4 Να βρείτε τον ρυθμό μεταβολής της f , για $x=3$. (Μονάδες 4)

Δ5 Να δείξετε ότι η f , δεν μπορεί να έχει εφαπτομένη της μορφής $y=c$. (Μονάδες 4)