



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΛΓΕΒΡΑ

ΘΕΜΑ Α:

- A1] Να δώσετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας.
ένος πραγματικού αριθμού a . (Μονάδες 5)
- A2] Να αποδείξετε ότι για a, b πραγματικούς
αριθμούς ισχύει: $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$ (Μονάδες 6)
- A3] Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις με Σ (Σωστό)
ή Λ (Λάθος).
- i) Ισχύει ότι $|a|^2 = a^2$.
 - ii) Αν $d(a, b) = 0$, τότε $a = b$.
 - iii) $\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}}$
 - iv) Ισχύει ότι $\sqrt{x^2 + 1} > x$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$
 - v) $\sqrt[n]{a^3}$, με $a < 0$, ορίζεται
- (Μονάδες 10)





A4] Να βρείτε x και y ώστε:

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 = 0$$

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ Β:

B1] Δίνεται πραγματικός αριθμός x για τον οποίο
ισχύει: $|x-2| < 3$

α) Να αποδείξετε ότι $-1 < x < 5$ (Μονάδες 5)

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$K = \frac{|x+1| + |x-5|}{3} \quad (\text{Μονάδες 7})$$

B2] α) Να δείξετε ότι $(2+\sqrt{5})^2 = 9+4\sqrt{5}$ και $(1-\sqrt{5})^2 = 6-2\sqrt{5}$
(Μονάδες 5)

β) Με τη βοήθεια του ερωτήματος α) ή με όποιον
άλλο τρόπο θέλετε να δείξετε ότι:

$$\sqrt{9+4\sqrt{5}} + \sqrt{6-2\sqrt{5}} = 1+2\sqrt{5} \quad (\text{Μονάδες 8})$$





ΘΕΜΑ Γ:

Δίνεται η παράσταση $A = \frac{|a|^3 + 3a^2}{2|a| + 6}$

α) Απλοποιήστε την παράσταση A και να δείξετε ότι απλοποιείται σε $A = \frac{a^2}{2}$

(Μονάδες 7)

β) Να λύσετε την εξίσωση:

$$A = 8$$

(Μονάδες 6)

γ) Για την θετική τιμή του a που βρήκατε στο ερώτημα (β) υπολογίστε την παράσταση:

$$B = \sqrt[3]{2\sqrt{8}a}$$

(Μονάδες 6)

δ) Για την θετική τιμή του a που βρήκατε στο β) ερώτημα να υπολογίσετε την παράσταση

$$A = \frac{\sqrt{18} + \sqrt{8 \cdot a} + \sqrt{50}}{\sqrt{72} - \sqrt{8}}$$

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ Δ:

α) Δίνονται οι αριθμοί $\alpha = \sqrt{3} - 1$ και $\beta = \sqrt{3} + 1$





α) Να δείξετε ότι $a^2 + ab + b^2 = 10$
(Μονάδες 6)

β) Να δείξετε ότι $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} + 1 = 5$
(Μονάδες 7)

Δ2] Δίνονται οι πραγματικοί αριθμοί a, b με
 $a = 1 + \sqrt{2}$ και $b = 1 - \sqrt{2}$

α) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης
 $A = a^2 - b^2$
(Μονάδες 4)

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης
 $B = \sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}$
(Μονάδες 4)

γ) Αν $A = 4\sqrt{2}$ και $B = 2$ να δείξετε ότι:

$$\sqrt{a^2 - b^2} > \sqrt{a^2} - \sqrt{b^2}$$

(Μονάδες 4)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!

