

1^ο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ-ΑΛΓΕΒΡΑ Α ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α:

A.1] Να αναπτύξετε τις ταυτότητες:

α) $(\alpha+3)^2$

β) $(2x-5)^2$

γ) $(3x-\gamma)(3x+\gamma)$

δ) $(5-2x)^3$

(Μονάδες 8)

A.2] Να εκφράσετε με Σ ή Λ τις παρακάτω προτάσεις:

α) Αν $\alpha < \beta$ και $\gamma < 0$, τότε $\beta\gamma > \alpha\gamma$

β) Αν $\alpha > \beta$ τότε και $\alpha^5 > \beta^5$

γ) Ισχύει ότι $x^2 > 0$, για κάθε πραγματικό αριθμό x .

δ) Αν $\alpha^2 + \beta^2 = 0$, τότε αναγκαστικά $\alpha = 0$ και $\beta = 0$.

ε) Μπορώ να διαιρέσω κατά μέλη 2 ανισότητες.

(Μονάδες 10)

A.3] Παραγοντοποιήστε τις παραστάσεις:

α) $\gamma\delta - 5\delta$

β) $\alpha\beta^4 + \alpha^4\beta$

γ) $x^3 + 8$

δ) $\gamma^2 - 25$

(Μονάδες 8)

A.4] Συμπληρώστε τα κενά:

α) $\alpha^\mu \cdot \alpha^\nu = \dots\dots\dots$ β) $\alpha^{-\nu} = \dots\dots\dots, \alpha \neq 0$ γ) $\alpha^0 = \dots\dots\dots, \alpha \neq 0$

δ) $(\alpha\beta)^\nu = \dots\dots\dots$

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ Β:

B.1] α) Να αποδείξετε ότι: $(3\alpha+1)^2-(9\alpha^2+1)=6\alpha$ (Μονάδες 5)

β) Αν ισχύει ότι $\alpha^2+\beta^2=2$, να δείξετε ότι:

$$(\alpha+2\beta)^2+(2\alpha-\beta)^2=10 \quad (\text{Μονάδες 5})$$

B.2] Να λύσετε τις εξισώσεις:

α) $2x^3-50x=0$ και β) $3x^3-2x^2=3x-2$ (Μονάδες 8)

B.3] Να αποδείξετε ότι: $\frac{\alpha^3 + \beta^3}{(\alpha - \beta)^2 + \alpha\beta} = \alpha + \beta$ (Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Γ:

Γ.1] Δίνονται $3 < x < 6$ και $1 < y < 9$

Αν $A=3x+5y$, να γράψετε με συμβολισμό διαστήματος που κυμαίνεται η παράσταση A. (Μονάδες 8)

Γ.2] Για τις ίδιες ανισότητες με το (Γ.1), να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών κυμαίνονται οι ποσότητες:

α) $5x-y$

β) $2xy$

γ) $\frac{y}{x}$

δ) x^2+y^2

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ Δ:

Δίνεται η παράσταση $A = \frac{(x^2 - 2x + 1)(x^3 - 9x)}{x^2 - x}$

Δ.1] Να απλοποιήσετε την παράσταση Α. **(Μονάδες 5)**

Δ.2] Αφού απλοποιήσατε την Α, να λύσετε την εξίσωση Α=0.

(Μονάδες 6)

Δ.3] Έστω ρ, η μεγαλύτερη από τις ρίζες της εξίσωσης του (Δ.2).

Να δείξετε ότι:

i) $\sqrt{3\rho} - 5 + 7^0 + (-1)^6 = 0$

ii) $(\rho + 2)(x^2 + y^2) \geq (x + 2y)^2$

(Μονάδες 9)

Δ.4] Αν $1 < \alpha < 2$ και $\rho < \beta < 4$, να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών κυμαίνεται η

ποσότητα $\frac{2\alpha + \beta}{3}$

(Μονάδες 5)**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!**