



ΘΕΜΑ Α

A1 Πότε μια συνάρτηση f , λέγεται γενσίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ , του πεδίου ορισμού της; (Μονάδες 6)

A2 Εκφράστε με $\leq$ ή $\wedge$:

α) Αν $f \nearrow$ στο $\mathbb{R}$, τότε $f(x) > f(x-1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$

β) Μια γενσίως μονότονη συνάρτηση, δεν μπορεί να είναι άρτια.

γ) Η C_f μιας άρτιας συνάρτησης έχει συμμετρία ως προς τον άξονα $x'x$

δ) Αν υπάρχουν x_1, x_2 σε ένα διάστημα Δ , με $x_1 < x_2$ ώστε να ισχύει: $x_1 < x_2 \iff f(x_1) < f(x_2)$, τότε η $f \nearrow$ στο Δ .

ε) Αν $Dx=Dy=0$, τότε ένα σύστημα είναι σίγουρα αόριστο. (Μονάδες 10)

A3 Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^2 + 3x$

Να εξετάσετε αν είναι άρτια, περιττή ή τίποτα από τα δύο. (Μονάδες 4)

A4 Αν μια συνάρτηση f είναι περιττή, υπολογίστε την παράσταση $\Pi = f(\frac{1}{2}) + f(\sqrt{2}) + f(0) + f(-\frac{1}{2}) + f(-\sqrt{2})$

Δίνεται ότι $Af = \mathbb{R}$

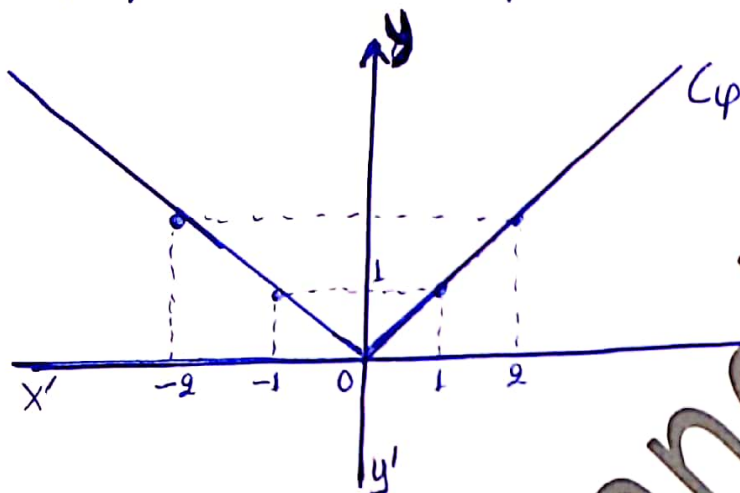
(Μονάδες 5)





ΘΕΜΑ Β: Τ.Θ.Δ.Δ (14972)

Δίνεται η συνάρτηση $\varphi(x) = |x|$, $x \in \mathbb{R}$ της οποίας η γραφική παράσταση φαίνεται στο σχήμα:



α) Να παραστήσετε γραφικά, αφού εξηγήσετε τι μετατόπιση συμβαίνει την $g(x) = |x-2|$ και την $f(x) = |x-2|+1$ (στο ίδιο σύστημα αξόνων) (Μονάδες 13)

β) Με την βοήθεια και χρήση της ζ_φ (της f ξαναλέω), να βρείτε:

- τα διαστήματα στα οποία η f είναι γνησίως αύξουσα και γνησίως φθίνουσα (Μονάδες 6)
- Το ολικό ακρότατο της f και τη θέση του. Τι είδους ακρότατο είναι; (Μονάδες 6)





ΘΕΜΑ Γ

Γ1 α) Λύστε το σύστημα

$$\begin{cases} 4x + y = 3 \\ 2x - y = 0 \end{cases}$$

με μέθοδο αντικατάστασης

(Μονάδες 4)

β) Λύστε το σύστημα

$$\begin{cases} 5x - 4y = 1 \\ 4x + 5y = 9 \end{cases}$$

με μέθοδο αντίθετων συντελεστών

(Μονάδες 4)

γ) Λύστε το σύστημα

$$\begin{cases} x + 3y = 0 \\ 2x - 5y = 0 \end{cases}$$

με μέθοδο ορίσμων

(Μονάδες 4)

δ) Λύστε το σύστημα

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3} = 4 - \frac{y+2}{4} \\ \frac{x+3}{2} - 3 = \frac{x-y}{3} \end{cases}$$

(Μονάδες 4)





Γ2 / Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^3 + 2x - 3$
και $g(x) = -2x + 7$

α) Να αποδείξετε ότι η f είναι γν. αύξουσα στο $\mathbb{R}$
και η g είναι γν. φθίνουσα στο $\mathbb{R}$.

β) Να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της f τέμνει
τον άξονα $x'x$ στο σημείο $M(1, 0)$

γ) Να εξηγήσετε γιατί η f και η g δεν έχουν ακρότατα.

δ) Να λύσετε την ανίσωση $f(2x+3) < f(-x-7)$

(Μονάδες 14)
(3+3+3+5)

ΘΕΜΑ Δ Τ.Θ.Δ.Δ

Δίνονται οι συναρτήσεις $\varphi(x) = 3x^2$, $x \in \mathbb{R}$ και $f(x) = 3x^2 - 6x + 8$

Δ1 / Να ελέγξετε αν η συνάρτηση φ είναι άρτια ή περιττή.
Σχεδιάστε την C_φ . Τι είδους συμμετρία έχει; (Μονάδες 5)

Δ2 / Να αποδείξετε ότι $f(x) = 3(x-1)^2 + 5$, και επείτα
να αναφέρετε τι είδους μετατόπιση της $\varphi(x) = 3x^2$, έχει γίνει
για να προκύψει η C_f . (Μονάδες 6)

Δ3 / i) Χαραχτείτε την C_f (με βάση την μετατόπιση, εύκολα) και
βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της.
ii) Βρείτε το ολικό ακρότατο της f . Τι είδους ακρότατο είναι
(Μονάδες 9).

