



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ο.Π.

ΘΕΜΑ Α:

A1] Αν $\vec{a} \parallel \vec{b}$, να αποδείξετε ότι $\lambda \vec{a} = \lambda \vec{b}$, με $\vec{a} = (x_1, y_1)$ και $\vec{b} = (x_2, y_2)$, $(x_1, x_2 \neq 0)$.
(Μονάδες 6)

A2] Να γράψετε τον τύπο του εσωτερικού γινομένου δύο διανυσμάτων $\vec{a}$ και $\vec{b}$. (Μονάδες 5)

A3] Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ (Σωστό) ή Λ (Λάθος).

α) Αν $\vec{a} = (\cos \theta, -\sin \theta)$, τότε $|\vec{a}| = 1$.

β) Αν $\vec{a} = (x, y)$, με $x \neq 0$, τότε έχει το $\vec{a}$ συντελεστή διεύθυνσης $\lambda \vec{a} = \frac{x}{y}$.

γ) Αν $A = (3, 1)$ και $B = (-2, 5)$, 2 σημεία του επιπέδου, τότε $\vec{AB} = (-5, 4)$.
(Μονάδες 10)





δ) Αν $\vec{AB} = 5 \cdot \vec{AI}$, τότε τα σημεία A, B, Γ ανήκουν στην ίδια ευθεία.

ε) Αν $\vec{a} \neq \vec{0}$ και $\vec{b} \neq \vec{0}$, τότε $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$. (Μονάδες 10)

A4] Δίνονται τα σημεία A(2,1), B(5,4), Γ(-3,-2), Δ(2,-2) και Ε(3,5). Να αντιστοιχίσετε το διάνυσμα της στήλης Α με τις συντεταγμένες της στήλης Β.

A	B
1. $\vec{AB}$	α. (1,4)
2. $\vec{AI}$	β. (3,3)
3. $\vec{AE}$	γ. (0,-3)
4. $\vec{AD}$	δ. (-2,1)
5. $\vec{BE}$	ε. (-5,-3)

Σε κάθε περίπτωση να φαίνεται η αιτιολόγηση.

(Μονάδες 10)

A5] Αν $\vec{a} = (3,5)$ και $\vec{b} = (-2,1)$, να υπολογίσετε:

i) $|\vec{a}|$

ii) $|\vec{b}|$

iii) $\vec{a} \cdot \vec{b}$

(Μονάδες 9)





ΘΕΜΑ Β:

Σε καρτεσιανό επίπεδο Oxy , δίνονται τα σημεία $A(-4,6)$, $B(1,2)$ και $\Gamma(3,-2)$

α) Να υπολογίσετε τις συντεταγμένες των $\vec{AB}$ και $\vec{BG}$
(Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά.
(Μονάδες 7)

γ) Να αποδείξετε ότι το B είναι μέσο του ευθύγραμμου τμήματος $A\Gamma$.
(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ Γ:

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{a}, \vec{b}$ για τα οποία ισχύουν:
 $|\vec{a}|=2$, $|\vec{b}|=3$ και $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$

Γ1] Να υπολογίσετε:

i) $\vec{a} \cdot \vec{b}$

ii) $(\vec{a} - \vec{b})^2$

iii) $(\vec{a} - \vec{b})(\vec{a} + \vec{b})$

(Μονάδες 5)

Γ2] Δίνονται οι γραμμικοί συνδιασμοί $u = \vec{a} - 2\vec{b}$ και $\vec{v} = 3\vec{a} + \vec{b}$. Να υπολογίσετε:





i) $\vec{u} \cdot \vec{v}$

ii) $|\vec{u}|$ και $|\vec{v}|$

iii) $\sin(\hat{\vec{u}}, \vec{v})$

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ Δ:

Έστω $\vec{a}, \vec{b}$ δύο διανύσματα του καρτεσιανού επιπέδου, τα οποία είναι: $\vec{a} = (-1, 2)$ και $\vec{b} = (2, -2)$

α) Να δείξετε ότι $2\vec{a} + 3\vec{b} = (4, -2)$ και $\vec{a} - 3\vec{b} = (-7, 8)$

(Μονάδες 6)

β) Να βρεθεί ο αριθμός $k \in \mathbb{R}$ ώστε:

$$k\vec{a} + \vec{b} \perp 2\vec{a} + 3\vec{b}$$

(Μονάδες 7)

γ) Να γράψετε το διάνυσμα $\vec{\gamma} = (3, -1)$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{a}$ και $\vec{b}$.

(Μονάδες 7)

Καλή επιτυχία!!!