

1^ο Διαγώνισμα Γ ΕΠΑ.Λ

ΘΕΜΑ Α :

A.1] Πότε μία συνάρτηση ονομάζεται συνεχής στο $x_0 \in A_f$;

(Μονάδες 6)

A.2] Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 3, & x \geq 2 \\ x^2 - 6, & x < 2 \end{cases}$$

εξετάστε αν είναι συνεχής στο $x_0=2$

(Μονάδες 6)

A.3] Εκφράστε με Σ ή Λ, τις προτάσεις:

α) Η συνάρτηση $f(x) = \frac{x-3}{x-1}$ δεν είναι συνεχής στο $x_0=1$

β) Αν υπάρχουν τα όρια $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ και είναι ίσα με λ_1, λ_2 αντίστοιχα, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) - g(x)) = \lambda_1 - \lambda_2$

γ) Η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x^2 - x + 1}$ έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$.

δ) Η συνάρτηση $f(x) = g(x) + h(x)$, είναι συνεχής εκεί που ορίζεται, αν g, h συνεχείς συναρτήσεις.

ε) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt{f(x)}$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lambda_1$, τότε το πρώτο όριο ισούται με $\sqrt{\lambda_1}$, εφόσον $\lambda_1 \geq 0$ **(Μονάδες 10)**

A.4] Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 6x + 5}{x - 5}, & x \neq 5 \\ 4, & x = 5 \end{cases}$$

εξετάστε αν η f είναι συνεχής στο $x_0 = 5$

(Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Β :

B.1] Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x^2}, & x \neq 0 \\ \alpha + 3, & x = 0 \end{cases}$$

βρείτε την τιμή του α , ώστε η f συνεχής στο $x_0 = 0$

(Μονάδες 15)

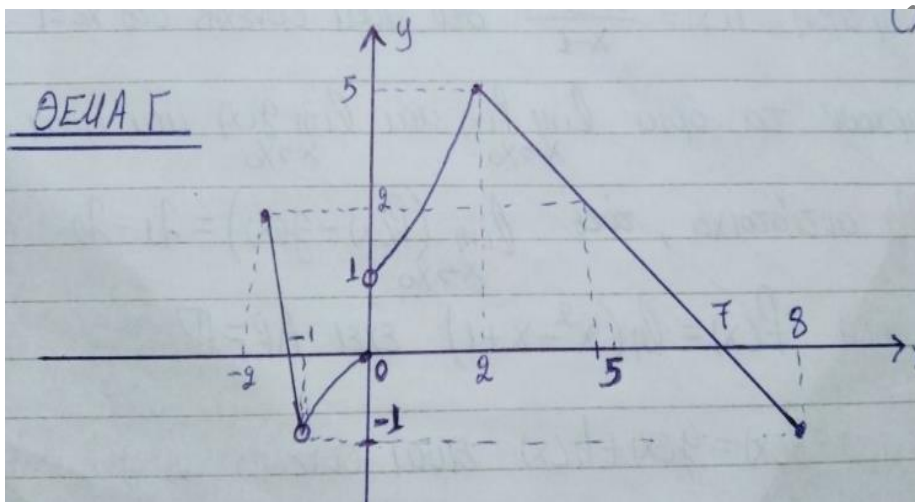
B.2] Υπολογίστε τα όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 4x + 3}$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 5x}{\sqrt{x+5} - \sqrt{5}}$$

$$\gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 4x + 3}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$$

(Μονάδες 15)



Γ.1] Υπολογίστε τις τιμές : $f(-2)$, $f(0)$, $f(2)$, $f(7)$

(Μονάδες 8)

Γ.2] Υπολογίστε $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$

(Μονάδες 8)

Γ.3] Είναι η f συνεχής στο $x_0=0$;

Τι έχετε να πείτε για την συνέχεια στο $x_0=-1$;

(Μονάδες 4)

ΘΕΜΑ Δ :

Δίνεται συνάρτηση f με τύπο, $f(x) = \frac{2x^2 - 3(\alpha + x) + 1}{x - 2}$ με $\alpha \in \mathbb{R}$

για την οποία γνωρίζουμε ότι η γραφική της παράσταση διέρχεται, από το σημείο $A(0,1)$.

Δ.1] Να βρείτε το A_f και να δείξετε ότι $\alpha=1$ **(Μονάδες 5)**

Δ.2] Για $\alpha=1$, υπολογίστε $f(3)$ και $f(1)$ **(Μονάδες 5)**

Δ.3] Για $\alpha=1$, να δείξετε ότι η συνάρτηση g είναι συνεχής στο $x_0=2$, με

$$g(x) = \begin{cases} 3f(x) - 5, & x \neq 2 \\ 10, & x = 2 \end{cases}$$

(Μονάδες 10)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!