



Άλγεβρα Α' Λυκείου

3^ο Διαγωνισμός 2024-25
by "infomath-anelaxis"

Θέμα Α

Α1) Να αποδείξετε ότι $\forall a, b \in \mathbb{R}$
ισχύει ότι $|a+b| \leq |a|+|b|$ (Μονάδες 6)

Α2) Έστω η εξίσωση $ax^2+bx+c=0$, με $a \neq 0$.
Συμπληρώστε τα κενά:

i) $\Delta = \dots\dots\dots$

ii) Αν $\Delta > 0$, η εξίσωση έχει $\dots\dots\dots$ με
τύπο $x_{1,2} = \dots\dots\dots$

iii) Αν $\Delta < 0$, η εξίσωση είναι $\dots\dots\dots$

iv) Η εξίσωση έχει το πολύ μία ρίζα, αν $\Delta \dots\dots 0$.

(Μονάδες 8)





A3 Δίνεται η εξίσωση $x^2 - \lambda x - 1 = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$

- α) Να βρείτε την διακρίνουσα Δ , ως συνάρτηση του λ
- β) Να εξηγήσετε γιατί η εξίσωση έχει 2 άνισες πραγματικές ρίζες $\forall \lambda \in \mathbb{R}$
- γ) Λύστε την για $\lambda = 0$. (Μονάδες 8)

A4 Σ η 1:

- α) Η εξίσωση $x^v = a$, με v άρτιο και $a > 0$, έχει 2 ρίζες.
- β) Η εξίσωση $|x^2 + 1| = 0$, έχει ρίζες.
- γ) Η $\sqrt[3]{7}$ είναι μεγαλύτερη από την $\sqrt{5}$.
- δ) Λοχύει ότι $|x| \geq -x$, $\forall x \in \mathbb{R}$

(Μονάδες 8)





ΘΕΜΑ Β (Τ.Θ)

Δίνεται η εξίσωση $\lambda x = x + \lambda^2 - 1$, $\lambda \in \mathbb{R}$

B₁] Να την φέρετε στη μορφή $A \cdot x = B$ (Μονάδες 6)

B₂] Έστω ότι η παραπάνω μορφή είναι η

$$(\lambda - 1) \cdot x = (\lambda + 1)(\lambda - 1), \lambda \in \mathbb{R}$$

Να διερευνήσετε την παραμετρική εξίσωση 1^{ου} βαθμού,
για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 14)

ΘΕΜΑ Γ:

Γ₁] Δίνεται η εξίσωση $kx + 3 = 2x$, με $k \in \mathbb{R}$

Να λύσετε την εξίσωση για $k = 1$. (Μονάδες 2)

Γ₂] Δίνεται $\lambda = \frac{\sqrt{144} + \sqrt[3]{27}}{\sqrt[4]{81}}$. Υπολογίστε τον αριθμό λ .
(Μονάδες 3)

Γ₃] Έστω ρ η ρίζα που βρήκατε στο (Γ₁) και λ
απ' το (Γ₂). Λύστε τις εξισώσεις:

i) $x^2 - \lambda x + 2 \cdot \rho = 0$ (Μονάδες 3)

ii) $\sqrt{(x-1)^2} = 3$ (Μονάδες 4)





iii) $|x+2| = \sqrt{(2x-p)^2}$ (Μονάδες 5)

iv) $\frac{x-1}{x+2} + \frac{p}{x^2-25} = \frac{2}{x-2}$ (Μονάδες 8)

14] Αν $p < \omega < 2$

και $1 < y < 4$

Να βρείτε μεταξύ ποιων τεκμών υφίσταίνεται η ποσότητα
 $A = 2\omega - 3y$ (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Δ (Τ.Θ)

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2\lambda x + 4(\lambda - 1) = 0$, $\lambda \in \mathbb{R}$

Δ1] Να γράψετε τους συντελεστές α, β, γ της παραμετρικής
εξίσωσης 2ου βαθμού. (Μονάδες 3)

Δ2] Να αποδείξετε ότι η διακρίνουσα της εξίσωσης, είναι
 $\Delta = (2\lambda - 4)^2$ (Μονάδες 6)

Δ3] Να βρείτε το πλήθος ριζών της εξίσωσης, $\forall \lambda \in \mathbb{R}$
(Μονάδες 6)

Δ4] Σε περίπτωση που $\Delta > 0$, λύστε την εξίσωση (Μονάδες 5)

