

Άλγεβρα Α' Λυκείου

4^ο Διαγώνισμα 2024-2025

Θέμα Α:

A1 Έστω η εξίσωση $ax^2+bx+c=0$, με $a \neq 0$ και $\Delta \geq 0$
 Να δείξετε ότι για το γινόμενο των ριζών x_1 και x_2 ,
 ισχύει: $P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ (Μονάδες 5)

A2 Κατασκευάστε εξίσωση 2^{ου} βαθμού με ρίζες 1 και 5
 (Μονάδες 3)

A3 Εκφράστε με Σύντομο ή Λάθος:

α) Η εξίσωση $|x-1|=3$, έχει 2 λύσεις

β) Η ανίσωση $0 \cdot x \leq 3$, είναι αδύνατη

γ) Αν $S < 0$ και $P > 0$, τότε οι 2 ρίζες είναι αρνητικές.

δ) Η εξίσωση $x^3 = -15$, είναι αδύνατη

ε) Αν $P < 0$, τότε σίγαχα $\Delta > 0$

(Μονάδες 10)

A4/ α) Λύστε την εξίσωση $\frac{x-1}{3} + \frac{2x-1}{4} = \frac{5x-1}{2}$

β) Λύστε την εξίσωση $x^2 - 4x + 1 = x - 5$

γ) Λύστε την εξίσωση $x^2 - 5|x| + 6 = 0$ (Μονάδες 7)

Θέμα Β :

B1/ Δίνονται οι αριθμοί:

$$A = \frac{1}{5+\sqrt{5}} \text{ και } B = \frac{1}{5-\sqrt{5}}$$

α) Να δείξετε ότι:

i) $A+B = \frac{1}{2}$

ii) $A \cdot B = \frac{1}{20}$ (Μονάδες 7)

β) Να κατασκευάσετε εξίσωση 2ου βαθμού με ρίζες τους αριθμούς A και B. (Μονάδες 6)

B2/ Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 2x + \lambda = 0$, με παράμετρο $\lambda < 1$.

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση έχει δύο άνισες ρίζες x_1 και x_2 (Μονάδες 4)

β) Να αποδείξετε ότι $S = 2$ (Μονάδες 3)

B3/ Αν για τις ρίζες x_1, x_2 ισχύει ότι $|x_1 - 2| = |x_2 + 2|$, τότε:

i) ν.δ.ο $x_1 - x_2 = 4$ (Μονάδες 5)

ii) Να βρείτε τα x_1, x_2 και λ (Μονάδες 5)

Θέμα Γ:

Γ₁ Να λύσετε την ανίσωση $-\frac{3}{7} + \frac{2x}{7} \geq 5$ (Μονάδες 4)

Γ₂ Να λύσετε την ανίσωση $|x+1| \leq 23$ (Μονάδες 5)

Γ₃ Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων των ερωτημάτων (Γ₁) και (Γ₂), με χρήση άξονα. (Μονάδες 5)

Γ₄ Αν $A = 26 - x_{\max}$, όπου $x_{\max}$ η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να έχει μια κοινή λύση του (Γ₃), να λύσετε την εξίσωση

$$\frac{5y}{y^2 - A} + \frac{y-1}{y+2} = \frac{-3+2y}{y-2} \quad (\text{Μονάδες 6})$$

Θέμα Δ:

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4x + 2 - \lambda^2 = 0$, με $\lambda \in \mathbb{R}$.

Δ₁ Να αποδείξετε ότι, έχει 2 άνισες ρίζες x_1, x_2 , $\forall \lambda \in \mathbb{R}$ (Μονάδες 4)

Δ₂ Αν x_1 και x_2 οι ρίζες της εξίσωσης:

i) Να βρείτε το $S = x_1 + x_2$ (Μονάδες 3)

ii) Να βρείτε το $P = x_1 \cdot x_2$, ως συνάρτηση του λ (Μονάδες 3)

Δ₃ Αν η μία ρίζα της εξίσωσης είναι ο αριθμός $2 + \sqrt{3}$, τότε:

i) ν.δ.ο η άλλη ρίζα είναι ο αριθμός $2 - \sqrt{3}$ (Μονάδες 4)

ii) Να βρείτε το λ . (Μονάδες 6)

14/ Αν λ pos το θετικό λ , από αυτά του $[\Delta_3(ii)]$, να λύσετε την εξίσωση

$$2 \cdot x^4 + 7 \cdot x^2 + 3 \cdot \lambda_{\text{pos}} = 0 \quad (\text{Μονάδες } 5)$$

Καλή Επτυχία !!!