



Μαθηματικά Γ' ΕΠΑΛ

3^η Διαγωνίστρια 2024-25
by "infomath-anelaxis"

ΘΕΜΑ Α

A₁) Να αποδείξετε ότι για την ταυτοτική συνάρτηση $f(x)=x$, ισχύει ότι $f'(x)=1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ (Μονάδες 7).

A₂) Συμπληρώστε τα κενά:

α) $(\sqrt{x})' = \dots$

β) $(\ln x)' = \dots$

γ) $(\frac{1}{x})' = \dots$

δ) $(x^4)' = \dots$

(Μονάδες 8)

A₃) Σ η Α:

α) Ισχύει ότι $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g'(x)$

β) Αν $f'(x_0)=0$ με $x_0 \in (a,b)$ και f παραγωγίσιμη στο (a,b) τότε στο x_0 , η f παρουσιάζει αναγκαστικά ακρότατο.

γ) Αν f συνεχής στο x_0 , τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$





δ) Ο ρυθμός μεταβολής της $f(x) = x^3 + x$, ως προς x , για $x=1$ ισούται με 4. (Μονάδες 8)

Α4) Να διατυπώσετε το κριτήριο της 1^{ης} παραγώγου ώστε η f να έχει ελάχιστο στο $x_0 \in (a, b)$ (Μονάδες 2).

ΘΕΜΑ Β:

Δίνεται $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$

Β1) Να βρείτε την $f'(x)$ (Μονάδες 4)

Β2) Να μελετήσετε την f ως προς τη μονοτονία (Μονάδες 6)

Β3) Να βρείτε την τιμή του τοπικού μέγιστου της f (Μονάδες 4)

Β4) Να συγκρίνετε τις τιμές $f(\frac{1}{3})$ και $f(\frac{2}{3})$ (Μονάδες 6)

Β5) Να βρείτε την εφαπτομένη ϵ της C_f στο σημείο $A(1, f(1))$ (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Γ:

Δίνεται $f(x) = x^2 - 4x + 3$

Γ1) Να μελετήσετε την f ως προς μονοτονία και ακρότατα (Μονάδες 7)

Γ2) Να βρείτε τον ρ.μ της f' , και να δείξετε ότι είναι σταθερός $\forall x \in \mathbb{R}$ (Μονάδες 4)





Γ3/ Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - x}$. (Μονάδες 6)

Γ4/ Να βρείτε την εφαπτομένη ε της Cφ, η οποία είναι κάθετη στην ευθεία (δ): $y = -\frac{1}{4}x + 2025$. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ Δ:

Δίνεται $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$

Δ1/ Να μελετήσετε την μονotonία της f στο Af της. (Μονάδες 5)

Δ2/ Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης της εφαπτομένης της Cφ, στο σημείο $M(2, f(2))$. (Μονάδες 4)

Δ3/ Υπολογίστε το όριο $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - 3}{h}$. (Μονάδες 4)

Δ4/ Δίνεται $g(x) = (x^2 - 1) \cdot f(x)$

Υπολογίστε το όριο $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{g(x)}{x^2 + x}$. (Μονάδες 6)

και $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{\frac{g(x)}{f(x)}}$. (Μονάδες 6)

