

Διαγώνισμα Μαθηματικά Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α

5^ο Διαγώνισμα
 2024-2025
 by "infomath
 anelaxis"

Α1/ α) Να συμπληρωθεί ο πίνακας:
 για την δευτεροβάθμια εξίσωση
 $ax^2 + bx + \gamma = 0$

Διακρίνουσα Δ	Ρίζες	Μορφή τριωνύμου με παραγοντοποίηση
$\Delta > 0$		
$\Delta = 0$		
$\Delta < 0$		

(Μονάδες 9)

β) Πότε το τριώνυμο $ax^2 + bx + \gamma$ γίνεται
 ετερόσημο του α;

(Μονάδες 4)

A2 | Να χαρακτηρίσετε κάθε πρόταση ως Σωστή ή Λάθος.

α) Αν το τριώνυμο ax^2+bx+c , $a \neq 0$ έχει ρίζες x_1, x_2 , τότε ισχύει $ax^2+bx+c = (x-x_1)(x-x_2)$

β) Αν $\Delta < 0$, τότε το τριώνυμο ax^2+bx+c , $a \neq 0$, διατηρεί πρόσημο στο $\mathbb{R}$.

γ) Αν $b^2-4c < 0$, τότε $x^2-bx+c > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

δ) Η συνάρτηση $f(x) = \frac{5x-1}{x^2-x}$ έχει, $A_f = \mathbb{R}^*$.

ε) Για την συνάρτηση $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$, ισχύει ότι $f(-1) = -4$.

στ) Αν το τριώνυμο ax^2+bx+c , $a \neq 0$, έχει διακρίνα $\Delta = 0$, τότε είναι ομόσημο του a , για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ Β:

B1 | Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων
 $x^2-6x+5 \leq 0$ και $|x-1| < 3$ (Μονάδες 8)

B2 | Να υπολογιστεί το πεδίο ορισμού των παρακάτω συναρτήσεων:

α) $f(x) = x^6 - 6x + 8$

β) $f(x) = \frac{6x-1}{x^2-x}$

γ) $f(x) = \frac{6-3x}{x-3}$

δ) $f(x) = -\sqrt{6-x}$

ε) $f(x) = \frac{5x-3}{\sqrt{1-x}}$

στ) $f(x) = -\sqrt{x^2-5x+6} + 3x$

ζ) $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x+3}$

(Μονάδες 17)

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η εξίσωση: $x^2 - (\lambda + 2)x + \lambda^2 = 0$ (1)
 με παράμετρο $\lambda \in \mathbb{R}$

α) Να προσδιορίσετε τον πραγματικό αριθμό λ , ώστε η εξίσωση (1) να έχει ρίζες πραγματικές (Μονάδες 8)

β) Να λύσετε την ανίσωση: $S^2 + 1 \geq 2P$
 όπου S και P είναι αντίστοιχα το άθροισμα και το γινόμενο των ριζών της (1). (Μονάδες 12)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται το τριώνυμο $f(x) = x^2 - x + (\lambda - \lambda^2)$, $\lambda \in \mathbb{R}$

α) Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ του τριωνύμου και να αποδείξετε ότι το τριώνυμο έχει ρίζες πραγματικές για κάθε $\lambda \in \mathbb{R}$. (Μονάδες 7)

β) Για ποιά τιμή του λ το τριώνυμο έχει δύο ρίζες ίσες; (Μονάδες 5)

γ) Αν $\lambda \neq 1$ και x_1, x_2 είναι οι ρίζες του παραπάνω τριωνύμου με $x_1 < x_2$, τότε:

i) να αποδείξετε ότι $x_1 < \frac{x_1 + x_2}{2} < x_2$ (Μονάδες 3)

ii) να διατάξετε από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους αριθμούς:

$$f(x_2), f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right), f(x_2 + 1)$$

(Μονάδες 7)

δ) Για $\lambda = 1$ να θεωρήσετε την συνάρτηση

$$h(x) = \frac{\sqrt{x+3}}{f(x)}$$

Βρείτε το πεδίο ορισμού A_h . (Μονάδες 8)

Καλή Επιτυχία!!!